ΕΡΓΑΣΙΑ Ν° 8 15/03/2017

1. Έστω η εξίσωση: $x^2-2(\lambda-1)x+\lambda+5=0$, (1) $\lambda\in\mathbb{R}$.

ε1) Να υπολογιστεί η διακρίνουσα Δ

ε2) Να βρεθούν οι τιμές του $\lambda\in\mathbb{R}$ για τις οποίες η εξίσωση έχει δύο πραγματικές άνισες ρίζες.

ε3) Αν x_1, x_2 οι δύο άνισες ρίζες της (1), να βρεθούν οι τιμές του $\lambda\in\mathbb{R}$ ώστε: $|x_1+x_2+x_1x_2|=3$

2. Δίνεται η εξίσωση: $x^2-2\lambda\cdot x+2\lambda-4=0$, $\lambda\in\mathbb{R}$ (1)

ε1) Ν.δ.ο. η (1) έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες για κάθε $\lambda\in\mathbb{R}$.

ε2) Για ποιες τιμές του $\lambda\in\mathbb{R}$ οι ρίζες της (1) είναι ομόσημες

ε3) Να βρεθούν οι τιμές του $\lambda\in\mathbb{R}$ ώστε να ισχύει: $(x_1+x_2)^2-5x_1x_2\le 16$ όπου x_1, x_2 οι ρίζες της (1)

3. Δίνεται η εξίσωση: $(\lambda-2)x^2-2\lambda\cdot x+\lambda+1=0$, $\lambda\in\mathbb{R}$ (1)

ε1) Για ποιες τιμές του $\lambda\in\mathbb{R}$ η εξίσωση (1) είναι (i) 1ου βαθμού (ii) 2ου βαθμού

ε2) Αν $\lambda\neq-2$ τότε:

i) Να βρεθούν οι $\lambda\in\mathbb{R}$ για τις οποίες η (1) έχει ρίζες πραγματικές και άνισες.

ii) Να βρεθούν τα $\lambda\in\mathbb{R}$ ώστε το άθροισμα των ριζών της (1) να είναι ίσο με 2.

4. Δίνεται η εξίσωση: $x^2-2\lambda\cdot x+\lambda^2-\lambda+1=0$, $\lambda\in\mathbb{R}$ (1)

Να βρείτε τις τιμές του $\lambda\in\mathbb{R}$ ώστε η (1)

ε1) να έχει 2 άνισες πραγματικές ρίζες

ε2) να έχει μια διπλή ρίζα

ε3) να έχει 2 πραγματικές ρίζες.

ε4) Να έχει αντίστροφες ρίζες.

5. Έστω η εξίσωση: $k\cdot x^2-2x+k=0$ (1), $k\in\mathbb{R}$

ε1) Να βρεθεί η διακρίνουσα Δ και ν.δ.ο. η (1) έχει πραγματικές άνισες ρίζες x_1, x_2 για κάθε $k\in\mathbb{R}$

ε2) Αν $x_1, 3, x_2$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, όπου x_1, x_2 ρίζες της εξίσωσης (1) να βρείτε (α) x_1+x_2 (β) την τιμή του k.

⑥ Δίνεται η εξίσωση: $x^2+2\lambda \cdot x+\lambda^2-4\lambda-5=0$, $\lambda \in \mathbb{R}$ ①

Ε1) Να βρεθεί η διακρίνουσα Δ της ①.

Ε2). Να βρεθούν οι τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η ① να έχει 2 πραγματικές άνισες ρίζες

Ε3) Αν x_1, x_2 οι άνισες ρίζες της ① να βρεθεί ο $\lambda \in \mathbb{R}$, αν

$$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{1}{4}.$$

⑦ Δίνεται εξίσωση: $x^2-(\lambda-2)x-2\lambda-1=0$, $\lambda \in \mathbb{R}$ ①

Ε1) Ν.δ.ο. για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$ η ① έχει 2 άνισες ρίζες

Ε2) Να βρεθούν οι τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η εξίσωση να έχει ετερόσημες ρίζες

Ε3) Να βρεθούν οι τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε να ισχύει η σχέση:

$$|3x_1+\lambda+3x_2+x_1x_2|-2013<3$$, όπου x_1, x_2 ρίζες της ①

⑧. Δίνεται εξίσωση: $x^2-\lambda x-(\lambda^2+3)=0$, $\lambda \in \mathbb{R}$ ①

Ε1) Να βρεθεί η διακρίνουσα της ①

Ε2) Ν.δ.ο. η ① έχει πραγματικές άνισες ρίζες $\forall \lambda \in \mathbb{R}$

Ε3) Αν x_1, x_2 οι ρίζες της ① να βρεθούν οι τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε
$(\lambda \cdot x_1-1)(\lambda \cdot x_2-1)=-11$.

⑨. Έστω $f(x)=x^2-4x+2-\lambda^2$, $\lambda \in \mathbb{R}$

Ε1) Ν.δ.ο. $\forall \lambda \in \mathbb{R}$ η εξίσωση $f(x)=0$ έχει 2 άνισες πραγματικές ρίζες.

Ε2) Αν x_1, x_2 ρίζες της $f(x)=0$ να βρείτε

ⓐ $S=x_1+x_2$ ⓑ $P=x_1x_2$ σε συνάρτηση με το λ.

Ε3) Αν ο αριθμός $2+\sqrt{5}$ είναι η μία ρίζα της εξίσωσης να βρεθεί και η άλλη ρίζα καθώς και ο αριθμός λ.

Ε4) Για $\lambda=\sqrt{3}$ να εξετάσετε αν οι αριθμοί $\sqrt{5}/2$ και $1/\sqrt{2}$ είναι ρίζες της ανίσωσης $f(x)\leq 4$

Ε5) Αν $\lambda=\sqrt{7}$ να σχεδιαστεί η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)$.