

ΠΡΟΣΟΧΗ

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

⊗ $X^V = a$ ΤΕΛΕΡΑΙ ΤΕΡΙΠΩΣΕΙΣ:

$$X^4 = 16 \Leftrightarrow X = \pm \sqrt[4]{16} = \pm 2$$

(αρτὸν ἐξέστη) καὶ δεξιὸν α)

$$X^3 = 27 \Leftrightarrow X = \sqrt[3]{27} = 3$$

(πτερπτό) ἐξέστη καὶ δεξιὸν α)

$$X^5 = -1 \Leftrightarrow X = -\sqrt[5]{1} = -1$$

(πτερπτό) ἐξέστη καὶ ἀρνητικὸν α)

$$X^2 = -3 \Leftrightarrow \text{ἀδύνατο}$$

⊗ Τριώνυμο (επίσημα 2^{ου} βαθμοῦ) $ax^2 + bx + \gamma = 0, a \neq 0$

$$\begin{aligned} 2x^2 &= 4x \Rightarrow \\ 2x^2 - 4x &= 0 \\ 2x(x-2) &= 0 \\ x=0 \text{ ἢ } x=2 \end{aligned}$$

↑
ἀποκρίτου

$$\begin{aligned} 2x^2 - 7 &= 0 \Rightarrow \\ 2x^2 &= 7 \\ x^2 &= \frac{7}{2} \\ x &= \pm \sqrt{\frac{7}{2}} \end{aligned}$$

↑
ἀποκρίτου β

$$\begin{aligned} 3x^2 + 1 &= 0 \Rightarrow \\ 3x^2 &= -1 \\ x^2 &= -\frac{1}{3} \\ \text{ἀδύνατο} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x^2 - 3x + 1 &= 0 \\ \text{Διακρίτωσα} \\ \Delta &= b^2 - 4\alpha\gamma \\ \text{καὶ τύπο} \\ \text{ρῶν} \\ x_{1,2} &= \frac{-b \pm \Delta}{2\alpha} \end{aligned}$$

↑
ἀνεπίλυτο τριώνυμο

⊗ Με σπλίνα

3 περιπτώσεις στο $|x| = \vartheta \Leftrightarrow x = \vartheta \text{ ἢ } x = -\vartheta$
καὶ $|x| = \vartheta \Leftrightarrow \text{ἀδύνατο}$

ΛΡΑ Απομονώνω το σπλίνα στο 1^ο κέλο καὶ ελέγω πῶς ἀρτὸν στο 2^ο κέλο εἶναι 0 ἢ.

$$\begin{aligned} 3|x-1| + 2 &= 0 \Rightarrow 3|x-1| = -2 \Rightarrow |x-1| = -\frac{2}{3}, \text{ ἀδύνατο.} \\ 2|x+1| - 4 &= 0 \Rightarrow 2|x+1| = 4 \Rightarrow |x+1| = 2 \Rightarrow \begin{aligned} x+1 &= 2 \text{ ἢ } x+1 = -2 \\ x &= 1 \text{ ἢ } x = -3 \end{aligned} \end{aligned}$$

ΠΡΟΣΟΧΗ

- $|x-1| = |1-x|$ καὶ φαικότερα $|a-b| = |b-a|$
- Ἰσχύει: $x^2 = |x|^2 \quad \forall x \in \mathbb{R}$
- $|x| \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

ΠΡΟΣΕΥΧΗ

ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ

α) Τριώνυμο (για βαθμιαία λύση)

ΠΙΝΑΚΑΚΙ

$$2x^2 - 8 \geq 0$$

$$\begin{aligned} 2x^2 - 8 &= 0 \\ x^2 &= 4 \\ x &= \pm 2 \end{aligned}$$

	-2	?	
	+	φ	- φ
	+		+

$x \leq -2$ ή $x \geq 2$

$$-x^2 + 7x \leq 0$$

$$\begin{aligned} -x^2 + 7x &= 0 \\ x(-x+7) &= 0 \\ x=0 \text{ ή } x=7 \end{aligned}$$

x	0	7	
	-	φ	+
	-		-

$x \in (-\infty, 0] \cup [7, +\infty)$

$$x^2 + 2x + 7 \leq 0$$

$$\begin{aligned} x^2 + 2x + 7 &= 0 \\ \Delta &= 4 - 28 = -24 < 0 \end{aligned}$$

Δύο το, δε, έχει δύο

Άρα

$x^2 + 2x + 7$ +
Δηλ ισχύει $x^2 + 2x + 7 > 0$
για κάθε $x \in \mathbb{R}$
ήδη και πως δόθηκε
είναι άδυστη.

β) Ανίσωση ή απόλυτα:

ΑΠΟΜΟΝΩΝΟ το απόλυτο στο \leq ή \geq και κρούω

χρήση των ιδιοτήτων:

$$|x| \leq \delta \stackrel{\delta > 0}{\Leftrightarrow} -\delta \leq x \leq \delta$$

$$|x| \geq \delta \stackrel{\delta > 0}{\Leftrightarrow} x \geq \delta \text{ ή } x \leq -\delta$$

$$|x| \leq \delta \stackrel{\delta < 0}{\Leftrightarrow} \text{άδυστη}$$

$$|x| \geq \delta \stackrel{\delta < 0}{\Leftrightarrow} x \in \mathbb{R}$$

Πχ
 $|x+7| \leq \frac{11}{5}$ άδυστη

$$|x+3| \geq -3 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$$

ΕΡΕΥΝΗ ΤΟ ΠΕΔΙΟ ΟΡΙΣΜΟΥ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ.

1) Γράφω τω πεφιορισμού

- κάθε παρανοχηστη πρέπει να είναι $\neq 0$
- κάθε σπυριο πρέπει να είναι ≥ 0 .

2) Λύω κάθε πεφιορισμό σαν ανεφάρτητη άσκηση.

3) Σωληθώ τω πεφιορισμού σε άνω και γράφω το πεφιο διοσθη το οποίο είναι και το ζητούμενο πεφιο ορισμού.

ΕΡΓΑΣΙΑ Νο 7

ΑΛΓΕΒΡΑ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ Α

Να λύσουν οι εξισώσεις:

i) $2x^3 + 16 = 0$ ii) $-x^2 + 4 = 0$ iii) $-2x^2 = 10x$ iv) $x^2 - x = -1$

v) $x^2 - 5|x| + 4 = 0$ vi) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ vii) $3x^2 - 4x + 1 = 0$

viii) $2|x+7| - 4 = 0$ ix) $\frac{2|x-3|}{3} - 2 = 0$ x) $\frac{3|x-7|}{2} + 1 = 0$

ΘΕΜΑ Β

Να λύσουν οι ανισώσεις:

i) $-x^2 + 2x \leq 0$ ii) $-x^2 + 4 \geq 0$ iii) $-x^2 + 7x - 6 \geq 0$ iv) $16 - x^2 \leq 0$

v) $|2x-4| - 7 \geq 0$ vi) $2|2-x| - 6 \leq 0$ vii) $3|x-4| + 2|1-x| + 11|x-4| - 2 \geq 0$

viii) $|2x-3| + |3-2x| + 7 \leq 0$ ix) $3x^2 \geq 7x$ x) $3x^2 - 6 \geq 0$

ΘΕΜΑ Γ

Να βρείτε τον πεδίο ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων:

i) $f(x) = \sqrt{9-x^2} + \frac{2}{x^3+1}$ ii) $f(x) = \sqrt[3]{-x^2+x} + \frac{1}{x^2-1}$

iii) $g(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-4x+3}} + \frac{\sqrt{2x+1}}{3x+2}$ iv) $g(x) = \frac{2x+1}{x} + \sqrt{|x-4|-2}$

v) $h(x) = \sqrt[3]{2|x-4|-4} + \frac{x^3+1}{x^2-5x}$ vi) $h(x) = \frac{2x-1}{|x-2|} + \sqrt{|x-4|}$

ΘΕΜΑ Δ

Αν οι παρακάτω παραστάσεις αποτελούν διαδοχικών αριθμολογικών προόδων να βρείτε τη τιμή του x;

i) $x^2, 3, 5x$ ii) $|2x-3|, 2, 2$ iii) $|x+2|, 2, |2-4x|$

