

ΕΡΓΑΣΙΑ Νο 2

2.2. ΔΙΑΤΑΞΗ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

1. Να αποδείξετε ότι :

1) $-9 \leq x^2 - 6x$. Πότε ισχύει η ισότητα ;

2) $x^2 - 4x > -5$

3) $25a^2 + \beta^2 \geq -10a\beta$

4) $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 \geq -2\beta\gamma$

2. Να αποδείξετε ότι για $\alpha, \beta \in \mathbb{R}^*$, ισχύει : $\frac{\alpha^2}{\beta^2} + \frac{\beta^2}{\alpha^2} \geq 2$.

3. Να βρεθούν τα $x, y \in \mathbb{R}$ για τα οποία ισχύει :

1) $(x - 3)^2 + 15(y - 7)^2 = 0$

2) $x^2 + y^2 - 10x + 4y + 29 = 0$

3) $2x^2 + 1 + 2xy - 2x + y^2 = 0$

4) $\alpha^2 + \beta^2 + 5 \leq 2(2\alpha - \beta)$

4. Αν $\alpha > 0$ και $\beta < 0$, να αποδείξετε ότι : $(\alpha - \beta) \left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\beta} \right) \geq 4$.

5. Αν $\alpha < 3 < \beta$, να αποδείξετε ότι : $\alpha\beta + 9 < 3(\alpha + \beta)$

6. Αν για τους πραγματικούς α και β ισχύει : $\alpha < \beta$ και $\beta < 2$, να αποδείξετε ότι :

$\beta^2 + 2\alpha < \alpha\beta + 2\beta$.

7. Αν $1 \leq x \leq 3$ και $2 \leq y \leq 3$, να βρείτε τα όρια μεταξύ των οποίων περιέχεται η τιμή καθεμιάς από τις παραστάσεις :

i) $x - y + 1$ ii) $\frac{x}{y}$ iii) $x^2 - y^2$

8. Αν $1 \leq x \leq 3$ και $-3 \leq y \leq -2$, να βρείτε τα όρια μεταξύ των οποίων περιέχεται η τιμή καθεμιάς από τις παραστάσεις :

i) $x - 2y$ ii) $x^2 + y^2$