

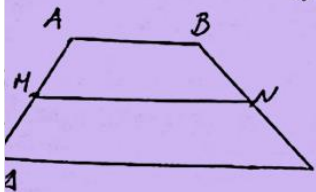
B-Λυθείον

①

1^η Έργασία στα Μοβελίσματα Προσανατολισμού
2010/2016

Απάντηση

1.



i) $\vec{MN} = \vec{MA} + \vec{AB} + \vec{BN}$
 $\vec{MN} = \vec{MD} + \vec{DC} + \vec{CN}$

$2\vec{MN} = \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{AB} + \vec{DC} + \vec{BN} + \vec{CN}$
 $\Leftrightarrow \vec{MN} = \frac{\vec{AB} + \vec{DC}}{2}$ (1)

ii) $\left. \begin{matrix} \vec{DC} \parallel \vec{AB} \\ \vec{AB} \neq \vec{0} \end{matrix} \right\} \exists \lambda \in \mathbb{R}: \vec{DC} = \lambda \vec{AB}$

Η (1) $\Rightarrow \vec{MN} = \frac{\vec{AB} + \lambda \vec{AB}}{2} \Leftrightarrow \vec{MN} = \frac{(\lambda+1)\vec{AB}}{2}$

Άρα $\vec{MN} \parallel \vec{AB} \parallel \vec{DC}$

2. $\vec{v} \parallel \vec{u} \left\{ \begin{matrix} \text{Άρα } \exists \mu \in \mathbb{R}: \vec{v} = \mu \vec{u} \Leftrightarrow \\ \vec{u} \neq \vec{0} \end{matrix} \right.$

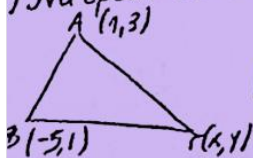
$\vec{u} \neq \vec{0} \left\{ \begin{matrix} \lambda \vec{a} + (\lambda+1)\vec{b} = \mu(\lambda+2)\vec{a} + \mu(\lambda+5)\vec{b} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = \mu(\lambda+2) \\ \lambda+1 = \mu(\lambda+5) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = 4\lambda + 2\mu \\ \lambda+1 = \mu\lambda + 5\mu \end{cases} \end{matrix} \right.$

$\begin{cases} \lambda - 4\lambda - 2\mu = 0 \\ \lambda - 4\lambda - 5\mu = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda - 4\lambda = 2\mu \quad (1) \\ \lambda - 4\lambda = 5\mu - 1 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} 2\mu = 5\mu - 1 \Leftrightarrow 3\mu = 1 \Leftrightarrow \mu = \frac{1}{3} \\ \text{Για } \mu = \frac{1}{3} \text{ η (1)} \Rightarrow \lambda = \frac{1}{3}\lambda + \frac{2}{3} \Leftrightarrow 3\lambda = \lambda + 2 \\ \Leftrightarrow 2\lambda = 2 \Leftrightarrow \lambda = 1 \end{cases}$

3) $A(2,3) \quad B(-5,1) \quad \Gamma(2,-8)$

Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Γ



$\vec{A\Gamma} = (2,-8) \Leftrightarrow (x-2, y-3) = (2,-8) \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=2 \\ y-3=-8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=-5 \end{cases}$

Άρα $\Gamma = (4, -5)$

3) ii) M μέσο της $AB \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \frac{1-5}{2} \\ y_M = \frac{3+1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = -2 \\ y_M = 2 \end{cases} \text{ Άρα } M(-2, 2)$

N μέσο της $AC \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = \frac{x_A + x_C}{2} \\ y_N = \frac{y_A + y_C}{2} \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} x_N = \frac{1+3}{2} \\ y_N = \frac{3-5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = 2 \\ y_N = -1 \end{cases} \text{ Άρα } N(2, -1)$

iii) $|\vec{MN}| = \sqrt{(2+2)^2 + (-1-2)^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$

4) i) $\vec{a} = (3,-6) = 3(1,-2) = 3\vec{\delta}, [\vec{\delta} = (1,-2)]$
 $\vec{b} = (-4,8) = -4(1,-2) = -4\vec{\delta}$

Άρα $\vec{a} \parallel \vec{\delta} \left\{ \begin{matrix} \vec{a} \parallel \vec{\delta} \\ \vec{b} \parallel \vec{\delta} \end{matrix} \right. \Leftrightarrow \vec{a} \parallel \vec{b}$ / δ' τρόπος
Με οριζόντια

ii) $\det(\vec{a}, \vec{b}) = \begin{vmatrix} 3 & -6 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = 3 - (-6) \cdot (-2) = 3 - 12 = -9 \neq 0$

Άρα $\vec{a} \nparallel \vec{b}$

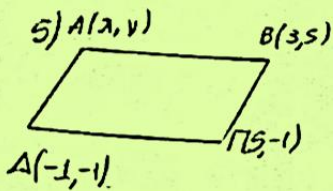
iii) $\vec{v} \parallel \vec{u} \Leftrightarrow \det(\vec{v}, \vec{u}) = 0$ (1)
 $\vec{u} = \vec{a} + 4\vec{b} \Leftrightarrow \vec{u} = (3,-6) + 4(-2,1) = (3,-6) + (-8,4) = (3-8, -6+4) = (-5, -2)$

Η (1) $\Rightarrow \begin{vmatrix} \lambda & \lambda-6 \\ -5 & -2 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow -2\lambda - (-5)(\lambda-6) = 0$
 $\Leftrightarrow -2\lambda + 5\lambda - 30 = 0 \Leftrightarrow 3\lambda = 30 \Leftrightarrow \lambda = 10$

~>

Εργασία 20/10/2016
Απαρίθωση

2



α) ΑΒΓΔ παρ/λο $\Leftrightarrow \vec{AB} = \vec{A\Gamma} \Leftrightarrow$
 $(3-x, 5-y) = (5+1, -1+1) \Leftrightarrow$
 $(3-x, 5-y) = (6, 0) \Leftrightarrow$
 $\begin{cases} 3-x=6 \\ 5-y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ y=5 \end{cases} \Rightarrow \boxed{A(-3, 5)}$

β) Βρίσκω τις συντεταγμένες του $\vec{A\Gamma} = (5+3, -1-5) = (8, -6)$

$$|\vec{A\Gamma}| = \sqrt{8^2 + (-6)^2} = \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10$$

γ) $\vec{w} = \frac{3}{2} \vec{A\Gamma} - \frac{7}{2} \vec{A\Delta}$, Βρίσκω τις συντεταγμένες του $\vec{A\Delta}$
 $\vec{A\Delta} = (-1+3, -1-5) = (2, -6)$

$$\vec{w} = \frac{3}{2} (8, -6) - \frac{7}{2} (2, -6) = (12, -9) + (-7, +21) = (5, 12)$$

$$|\vec{w}| = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13$$

