

ΟΝΟΜΑ:.....ΕΠΩΝΥΜΟ:.....ΤΜΗΜΑ:.....

### ΑΣΚΗΣΗ 1

Δίνεται το σύστημα:  $\begin{cases} x - 2y = 8 \\ ax + by = \gamma \end{cases}$  με παραμέτρους  $a, b, \gamma \in \mathbb{R}$

- α) Να επιλέξετε τιμές για τις παραμέτρους  $a, b, \gamma$  ώστε το σύστημα αυτό να έχει μοναδική λύση το ζεύγος  $(2, -3)$ .
- β) Να επιλέξετε τιμές για τις παραμέτρους  $a, b, \gamma$  ώστε το σύστημα αυτό να είναι αδύνατο.

### ΑΣΚΗΣΗ 2

Δίνονται οι ευθείες με εξισώσεις:  $(\epsilon_1): 2x - y = -1$  και  $(\epsilon_2): (\lambda - 1)x - y = 6$ , με παράμετρο  $\lambda \in \mathbb{R}$

- α) Να βρείτε την τιμή του  $\lambda \in \mathbb{R}$  ώστε οι ευθείες  $(\epsilon_1)$  και  $(\epsilon_2)$  να είναι παράλληλες.
- β) Να παραστήσετε γραφικά τις  $(\epsilon_1)$  και  $(\epsilon_2)$ , για  $\lambda = 3$ .
- γ) Υπάρχει τιμή του  $\lambda \in \mathbb{R}$ , ώστε οι ευθείες  $(\epsilon_1)$  και  $(\epsilon_2)$  να ταυτίζονται; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

### ΑΣΚΗΣΗ 3

Ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με περίμετρο ίση με 24 cm έχει την ακόλουθη ιδιότητα: αν αυξήσουμε το μήκος του κατά 3 cm και ελαττώσουμε το πλάτος του κατά 2 cm, θα προκύψει ένα ορθογώνιο με εμβαδόν διπλάσιο του εμβαδού του αρχικού ορθογωνίου.

- α) Να εκφράσετε την παραπάνω κατάσταση με ένα σύστημα δυο εξισώσεων με δυο αγνώστους.
- β) Να βρείτε τις διαστάσεις του ορθογωνίου.

### ΑΣΚΗΣΗ 4

Η περιβαλλοντική ομάδα ενός σχολείου παρέλαβε συρματόπλεγμα μήκους 40 m για να περιφράξει, χρησιμοποιώντας όλο το συρματόπλεγμα, έναν ορθογώνιο κήπο για καλλιέργεια λαχανικών. Οι μαθητές της περιβαλλοντικής ομάδας θέλουν να επιλέξουν ένα κήπο που να έχει όσο το δυνατόν μεγαλύτερο εμβαδόν.

- α) Να δώσετε τις διαστάσεις τριών διαφορετικών ορθογώνιων κήπων με περίμετρο 40 m. Να εξετάσετε αν οι τρεις λαχανόκηποι έχουν το ίδιο εμβαδόν.
- β) Αν συμβολίσουμε με  $x$  το πλάτος και με  $E$  το εμβαδόν ενός λαχανόκηπου με περίμετρο 40 m, να εκφράσετε το  $E$  ως συνάρτηση του  $x$ .

γ) Να δείξετε ότι  $E(x) = -(x-10)^2 + 100$ . Χρησιμοποιώντας την γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f(x) = -x^2$  να κατασκευάσετε την γραφική παράσταση της  $E(x)$ . Από τη γραφική παράσταση της  $E(x)$  να βρείτε τις διαστάσεις του λαχανόκηπου με το μεγαλύτερο εμβαδόν.

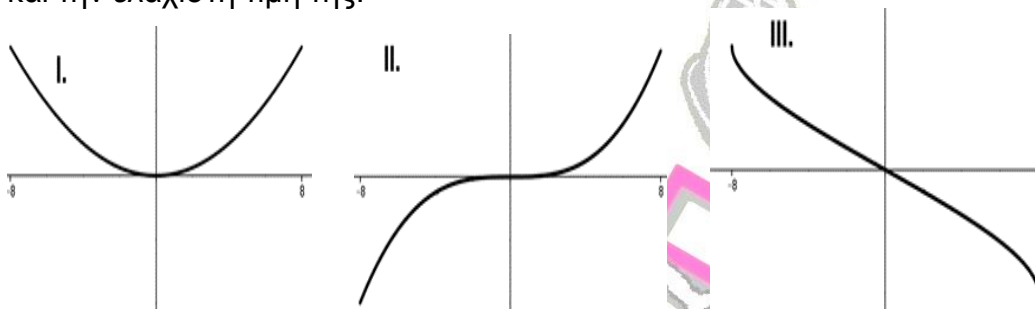
### ΑΣΚΗΣΗ 5

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \sqrt{8-x} - \sqrt{8+x}$

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$

β) Να εξετάσετε αν η  $f$  είναι άρτια ή περιττή.

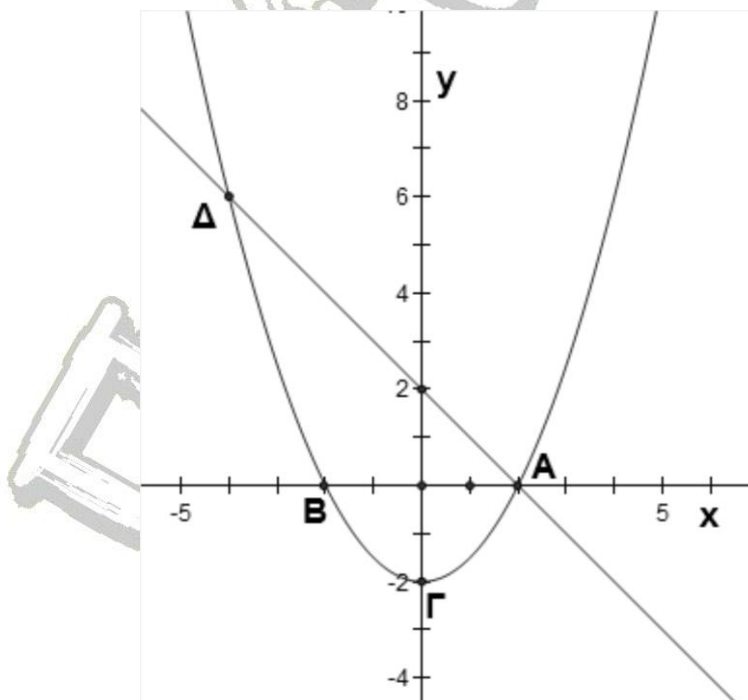
γ) Αν η συνάρτηση  $f$  είναι γνησίως φθίνουσα στο πεδίο ορισμού της, να επιλέξετε ποια από τις παρακάτω τρεις προτεινόμενες, είναι η γραφική της παράσταση και στη συνέχεια να υπολογίσετε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της.



δ) Να αιτιολογήσετε γραφικά ή αλγεβρικά, γιατί οι συναρτήσεις  $g(x) = f(x) - 3$  και  $h(x) = f(x+3)$  δεν είναι ούτε άρτιες ούτε περιττές.

### ΑΣΚΗΣΗ 6

Στο σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις μιας παραβολής  $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$  και της ευθείας  $g(x) = -x + 2$ .



α) Δεδομένου ότι η παραβολή διέρχεται από τα σημεία A, B, Γ, να βρείτε τα  $a$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ .

β) Αν  $a = \frac{1}{2}$ ,  $\beta = 0$  και  $\gamma = -2$ , να βρείτε αλγεβρικά τις συντεταγμένες των κοινών σημείων ευθείας και παραβολής.

γ) Αν μετατοπίσουμε την παραβολή κατά 4,5 μονάδες προς τα πάνω, να δείξετε ότι η ευθεία και η παραβολή θα έχουν ένα μόνο κοινό σημείο

### ΑΣΚΗΣΗ 7

Αν  $0 < x < \frac{\pi}{2}$  και  $(2\sigma\upsilon\upsilon\chi + 1) \cdot (5\sigma\upsilon\upsilon\chi - 4) = 0$ , τότε:

α) Να αποδείξετε ότι  $\sigma\upsilon\upsilon\chi = \frac{4}{5}$

β) Να βρείτε τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας  $x$

### ΑΣΚΗΣΗ 8

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{1}{2}\sigma\upsilon\upsilon 2x$ ,  $x \in \mathbb{R}$

α) Ποια είναι η μέγιστη και ποια η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης; Ποια είναι η περίοδος της  $f$ ;

β) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της  $f$  σε διάστημα πλάτους μιας περιόδου.

γ) Να εξετάσετε αν η συνάρτηση μπορεί να πάρει την τιμή 1. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

### ΑΣΚΗΣΗ 9

Δίνεται η συνάρτηση  $f(t) = -2\eta\mu \frac{\pi t}{2} + 2$ ,  $t \in [0, 4]$

α) Να βρείτε την περίοδο της  $f$ .

β) Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της, καθώς και τις τιμές του  $t$  για τις οποίες η  $f$  παίρνει τις τιμές αυτές.

γ) Να κατασκευάσετε τη γραφική παράσταση της  $f$ .

### ΑΣΚΗΣΗ 10

Έστω γωνία  $x$  για την οποία ισχύουν:  $\frac{\pi}{2} < x < \pi$  και  $\eta\mu(\pi - x) - \eta\mu(\pi + x) = 1$

α) Να αποδείξετε ότι  $\eta\mu x = \frac{1}{2}$

β) Να βρείτε την γωνία  $x$