

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ 1

- 1) Ν.α.ο. για κάθε θετικό πραγματικό αριθμό a , ισχύει ότι: $a + \frac{1}{a} \geq 2$.
- 2) Ν.α.ο. για κάθε $a \in \mathbb{R}^*$, ισχύει ότι: $|a| + \frac{1}{|a|} \geq 2$.
- 3) Ν.α.ο. για τους πραγματικούς αριθμούς $\alpha, \beta \in \mathbb{R}^*$, ισχύει ότι: $\frac{|\alpha|}{|\beta|} + \frac{|\beta|}{|\alpha|} \geq 2$.

ΘΕΜΑ 2

Για τους πραγματικούς αριθμούς $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, ισχύει ότι: $|\alpha - 1| \leq 3$, $|\beta - 3| \leq 1$.
 Να αποδείξετε ότι: $-2 \leq \alpha + \beta - 2 \leq 6$.

ΘΕΜΑ 3

- 1) Να απλοποιήσετε την παράσταση: $A = |-x^2 - 4x - 4| + |-x^2 - 7|$.
- 2) Να απλοποιήσετε την παράσταση: $A = 3|x - 3| + 4x - 5$.
- 3) Να απλοποιήσετε την παράσταση: $A = 3x^2 - 3|x^2| + 4|x| - 5$.
- 4) Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις :
 - α. $3|x + 1| = 6$
 - β. $|-4x + 1| = 7$
 - γ. $3|x + 1| + 2.019 = 0$
 - δ. $||x - 5| + 1| = 4$
 - στ. $|x| = 2x - 4$



ΘΕΜΑ 4

Για τους πραγματικούς αριθμούς $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, ισχύει ότι: $|\alpha - 2| < 1$, $|\beta - 3| < 1$.

- 1) Να αποδείξετε ότι: $1 < \alpha < 3$, $2 < \beta < 4$.
- 2) Να βρεθούν τα όρια μεταξύ των οποίων περιέχονται οι παραστάσεις:
 - i. $5\alpha - \beta$
 - ii. $10\alpha^2 - 2\alpha$
 - iii. $\frac{\alpha}{\beta}$
 - iv. $\alpha^2 - \beta^2$

ΘΕΜΑ 5

A. Αν ισχύει ότι: $a^2 - 2a + \sqrt{\beta^2 - 4\beta + 4} + 1 = 0$, $\alpha \in \mathbb{R}, \beta \in \mathbb{R}$.

Να αποδείξετε ότι: $\alpha = 1$, $\beta = 2$.

- 1) Αν $x \in (a, \beta)$, να απλοποιηθεί η παράσταση: $A = |x - 1| + |2 - x| - |4x - 1|$.
- 2) Να λυθούν οι εξισώσεις:
 - i. $|2x - 1| - 3a = 0$,

- ii. $|3x - 1| - |\beta x - 5| = 0$
 3) Να λυθούν οι ανισώσεις:
 i. $|5x + \alpha| < \beta$
 ii. $|2x - 1| \geq \beta$

ΘΕΜΑ 6

Δίνεται η παράσταση: $K = \sqrt{(-8)^2} + \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} + \sqrt{(\pi - 3)^2} + \sqrt{\pi^2 - 8\pi + 16} - 4$

- 1) Να αποδείξετε ότι: $K = 4 + \sqrt{3}$.
 2) Να απλοποιηθεί παράσταση: $\frac{1}{4-\sqrt{3}} + \frac{1}{K}$.

ΘΕΜΑ 7

- 1) Να υπολογιστούν οι: $(1 - 3\sqrt{2})^2$, $(1 + 3\sqrt{2})^2$
 2) Να απλοποιηθεί η παράσταση: $A = \sqrt{19 - 6\sqrt{2}} - \sqrt{19 + 6\sqrt{2}}$.
 3) Να λυθεί η εξίσωση: $|2x - 1| = -A$.

ΘΕΜΑ 8

Δίνεται η παράσταση: $K = \frac{\sqrt{x^2+2x+1}}{x+1} + \frac{\sqrt{x^2-10x+25}}{x-5}$

- 1) Να βρεθούν οι τιμές του πραγματικού αριθμού x , ώστε η παράσταση K να έχει νόημα πραγματικού αριθμού.
 2) Αν $d(x, 2) < 3$, να αποδείξετε ότι η παράσταση K είναι ανεξάρτητη του x .
 3) Να αποδείξετε ότι: $(\sqrt{x^2 + 3} - \sqrt{x^2 + 1})(\sqrt{x^2 + 3} + \sqrt{x^2 + 1}) = 2$.

ΘΕΜΑ 9

Δίνονται οι παραστάσεις: $K = \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt[6]{5}$ και $A = \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{10} - \sqrt{6}} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{10} + \sqrt{6}}$

- 1) Ν.α.ο. $K = 5$.
 2) Ν.α.ο. $A = 2$.
 3) Να λυθεί η εξίσωση: $K \cdot |x - A| + |2x - K + 1| = 7$.

