

Γ' Γυμνασίου - Πασχαλινή Εργασία.

1. Να αποδείξετε τις παρακάτω ταυτότητες:

$$1) (\alpha - \beta)(\alpha + \beta) - (2\alpha - \beta)(2\alpha + \beta) + 3\alpha^2 = 0$$

$$2) (\alpha + \beta)^3 - (\alpha - \beta)^3 - 6\alpha^2\beta - 2\beta^3 = 0$$

$$3) (x + y)^2 + (x - y)^2 = 2(x^2 + y^2)$$

2. Να παραγοντοποιηθούν οι παρακάτω παραστάσεις :

$$1) 3x^2 - 2y^3 - 6x^2y^2 + xy$$

$$2) 25x^2 - 49$$

$$3) 25\alpha^2 - 20\alpha + 4$$

$$4) x^2 - 5x + 6$$

$$5) x^2 + 2x + 1 - 16y^2$$

3. Να λυθούν οι εξισώσεις

$$1) (2x - 1)^2 - x(x - 1) = 3 + x^2$$

$$2) 3x^2 + 6x = 0$$

$$3) -x^2 + 3x = 0$$

$$4) \frac{x^2}{2} - \frac{x-1}{3} = x - 1$$



4. Δίνονται οι παραστάσεις $A = \frac{x^2-9}{x+3}$ και $B = \frac{x^2-4}{3x-6}$

1) Για ποια τιμή του x ορίζονται οι παραστάσεις A και B .

2) Να απλοποιηθούν οι παραστάσεις A και B .

3) Να λυθεί η εξίσωση: $A + B = 2(x - 1)^2 - \frac{5}{3}$

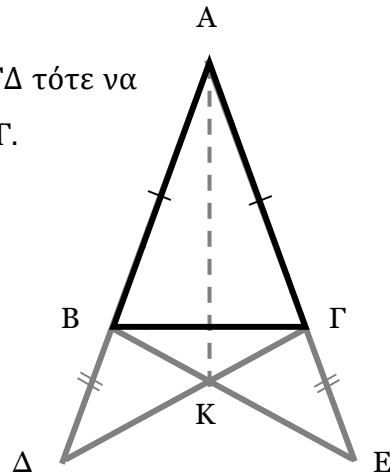
5. Να λυθούν τα συστήματα :

$$1) \begin{cases} \frac{7x+y}{3} - \frac{y-1}{2} = x + 3 \\ \frac{x}{2} - \frac{9y-1}{4} = -x + 1 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x - \frac{x-y}{3} = 5 - 2y \\ 1 - \frac{2x-3y}{5} = \frac{x+6}{10} - y \end{cases}$$

6. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ABΓ (AB = ΑΓ). Προεκτείνουμε τις ίσες πλευρές προς το μέρος του Β και του Γ, κατά ίσα τμήματα ΒΔ και ΓΕ, αντίστοιχα.

- 1) Να δείξετε ότι BE = ΓΔ .
- 2) Αν Κ είναι το σημείο τομής των ΒΕ και ΓΔ τότε να δείξετε ότι η ΑΚ είναι μεσοκάθετος της ΒΓ.



7. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ABΓ (AB=ΑΓ). Στην προέκταση της βάσης ΒΓ παίρνω Δ,Ε τέτοια ώστε ΒΔ=ΓΕ.

- 1) Να δείξετε ότι ΑΔΕ ισοσκελές .
- 2) Από τα σημεία Δ,Ε φέρνω ΔΚ κάθετο στην ΑΒ και ΕΛ κάθετο στην ΑΓ.
Να δείξετε ότι ΔΚ=ΕΛ.

8. Να αποδείξετε ότι :

- 1) $\eta\mu^2 60^\circ + \eta\mu^2 120^\circ = \frac{3}{2}$
- 2) $\sigma\upsilon\nu^2 150^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 135^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 45^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 30^\circ = \frac{5}{2}$
- 3) $\sigma\upsilon\nu^3 \omega + \sigma\upsilon\nu^3 \omega \cdot \eta\mu^2 \omega = \sigma\upsilon\nu \omega$
- 4) $1 - \frac{\sigma\upsilon\nu^2 \omega}{1 + \eta\mu \omega} = \eta\mu \omega$

9. Αν για την αμβλεία γωνία ω ισχύει $\eta\mu \omega = \frac{3}{5}$, να υπολογίσετε τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω .