

ΕΡΓΑΣΙΑ

2.2. ΔΙΑΤΑΞΗ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

ΘΕΜΑ Α

Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστές (Σ) ή Λανθασμένες (Λ)

1. Αν $\gamma < 0$ τότε $\alpha > \beta \Leftrightarrow \alpha\gamma > \beta\gamma$.
2. Αν $\alpha^2 + \beta^2 > 0$ τότε $\alpha \neq 0$ και $\beta \neq 0$.
3. Αν $\alpha > \beta$ και $\gamma > \delta$ τότε $\alpha - \gamma > \beta - \delta$.
4. Αν α, β ετερόσημοι τότε $\alpha\beta > 0$.
5. Αν $(\alpha - 1)^2 + \beta^2 = 0$ τότε $\alpha = 0$ και $\beta = 0$.

ΘΕΜΑ Β

B_1 . Να αποδείξετε ότι :

1. $(\alpha - \beta)(\alpha + \beta) \geq 2\beta(3\alpha - 5\beta)$
2. $(\alpha^2 + 1)(\beta^2 + 4) \geq (\alpha\beta + 2)^2$
3. $\alpha^2 + 9 \geq 3\alpha(-\alpha + 4)$

B_2 .

1. Αν $\alpha < 3 < \beta$, να αποδείξετε ότι : $9 + \alpha\beta < 3\alpha + 3\beta$.
2. Αν $\alpha > 2$, να αποδείξετε ότι : $\alpha^3 + \alpha > 2\alpha^2 + 2$.
3. Αν $\alpha \leq -2$, να αποδείξετε ότι : $\alpha(\alpha + 3) \leq \alpha^2 - 2(\alpha + 5)$.

B_3 . Αν οι πραγματικοί αριθμοί α , β είναι ετερόσημοι , να αποδείξετε ότι : $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} \leq -2$

ΘΕΜΑ Γ

Γ_1 . α) Να δείξετε ότι : $2x^2 + y^2 - 2xy + 2x + 1 \geq 0$, για κάθε $x, y \in \mathbb{R}$.

Στη συνέχεια , να βρεθούν τα $x, y \in \mathbb{R}$ ώστε να ισχύει η ισότητα.

- β) Αν ισχύει $x^2 + y^2 - 10x + 4y = -29$, να βρεθούν τα $x, y \in \mathbb{R}$.
- γ) Αν ισχύει $2x^2 + 1 + 2xy - 2x + y^2 \leq 0$, να βρεθούν τα $x, y \in \mathbb{R}$.

Γ_2 . α) Αν $\alpha < -2$ και $\beta > -1$, να συγκριθούν οι ποσότητες $\alpha\beta + 2$ και $-\alpha - 2\beta$.

β) Αν $x < -1$, να αποδείξετε ότι : $x^3 + 1 < x^2 + x$.

ΘΕΜΑ Δ

Δ_1 . Αν $2 \leq x \leq 3$ και $1 \leq y \leq 2$, να βρείτε μεταξύ ποιών ορίων βρίσκεται η τιμή των παρακάτω παραστάσεων :

α) $2x - 3y + 2$ β) $\frac{x}{y}$

Δ_2 . Έστω ορθογώνιο με πλάτος x και μήκος y για τα οποία ισχύουν : $4 \leq x \leq 7$ και $2 \leq y \leq 3$.

α) Να βρείτε μεταξύ ποιών ορίων βρίσκεται η περίμετρος (Π) και το εμβαδόν (E) του παραλληλογράμμου.

β) Αν το x μειωθεί κατά 1 και το y τριπλασιαστεί , να βρεθεί μεταξύ ποιών τιμών περιέχεται η νέα περίμετρος (Π') .

Δ_3 . Αν για τον αριθμό $\alpha \in \mathbb{R}$ ισχύει η ανίσωση $2 \leq \alpha \leq 5$.Να βρεθεί μεταξύ ποιών τιμών περιέχεται η περίμετρος (Π) ισόπλευρου τριγώνου ΑΒΓ πλευράς 2α .