

Ερωτήσεις Σωστό - Λάθος:

- i) Αν  $a, b \geq 0$  τότε  $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$
- ii) Αν  $a, b, \gamma$  διαδοχικοί αριθμοί αριθμητικής προόδου τότε  $b^2 = a + \gamma$
- iii)  $|x+7| > -1$  είναι άδυστη στο  $\mathbb{R}$
- iv) Για κάθε  $a \in \mathbb{R}$  ισχύει  $\sqrt{a^2} = |a|$
- v)  $|x| \geq -x$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$
- vi) Αν  $|x| \leq 0$  τότε  $x = 0$
- vii) Αν  $a, b \in \mathbb{R}$  με  $a < b$  τότε  $a^2 < b^2$
- viii)  $|ab| = |a| |b|$  για κάθε  $a, b \in \mathbb{R}$
- ix) Η εξίσωση  $x^v = -1$  με  $v$  άρτιο είναι άδυστη.
- x) Αν  $a < 0$  τότε  $\sqrt{a^2} = -a$

Δείξις

Έστω τριώνυμο  $x^2 - 4x + 3$

- i) Να βρεθεί το πρόσημο των τριωνύμου.
- ii) Να βρεθεί εξίσωση  $|x^2 - 4x + 3| = -x^2 + 4x - 3$ .
- iii) Έστω  $f(x) = \frac{2 + \sqrt{x}}{\sqrt{x^2 - 4x + 3}}$

Να ερευνήσετε για πο. τι εικ. τι  $x$  ανήκει στην  $f(x)$

- iv) Έστω  $g(x) = |x^2 - 4x + 3| - |2x - 6|$   
αν  $x \in [1, 3]$  τότε να βρεθεί η  $g$  χριζομορφή.
- v) Να βρεθεί το πρόσημο στην παραπάνω

$$A = \left(\frac{2018}{2018}\right)^2 - 4 \frac{2018}{2018} + 3$$

- vi) Για ποιο αν  $a \in \mathbb{R}$  η  $h(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 3} + a$  έχει πεδίο ορισμού στο  $\mathbb{R}$ .

[1]

**Πρότυπο**

### ΘΕΜΑ 1

Δίνεται  $\lambda x^2 + 2x - \lambda + 2 = 0$  (1),  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

i) Να βρείτε το πλάνος των ριζών της εξίσωσης

για τις διακριτές τιμές του  $\lambda \in \mathbb{R}$

ii) Αν  $\lambda \neq 0$  τότε

a) για ποιες τιμές του  $\lambda$  η εξίσωση (1) έχει  
δύο άνισες ρίζες  $x_1, x_2$

b) Αν για τις  $x_1, x_2$  ρίζες του (ii) a) ερωτηματο

ισχύει:  $x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 = 4$ , να βρείτε

o  $\lambda \in \mathbb{R}$

### ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η εξίσωση:  $x^2 - \lambda x + 1 = 0$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}$  (1)

i) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) δεν έχει  
ρίζες όταν  $\lambda \in (-2, 2)$

ii) Για τις τιμές του  $\lambda$  του (i) ερωτηματο

a) Ν.α.ο.  $|\lambda - 3| + |\lambda + 3| = 6$

b)  $|\lambda - 2|x^2 + (\lambda - 2)x + 1 > 0$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$

iii) Να βρείτε τις τιμές του  $\lambda$  για τις οποίες η εξίσωση

$(\lambda + 2)x^2 - |\lambda + 2| + \frac{1}{4} = 0$  έχει μία διπλή

ρίζη και αντιστοίχως να βρείτε

### ΘΕΜΑ 3

Δίνεται εξίσωση  $x^2 - \lambda x - (\lambda + 1) = 0$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}$  (1)

i) Να ορίσει η (1) έχει πραγματικές ρίζες για κάθε  $\lambda \in \mathbb{R}$

ii) Για ποια τιμή του  $\lambda$  η (1) έχει διπλή ρίζη η οποία <sup>31</sup>

και να βρείτε

iii)  $\forall x > 0$   $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 < 0$ , όπου  $x_1, x_2$  άνισες ρίζες της (1)

### ΔΕΥΤΕΡΑ (4)

Εστω συνάρτηση  $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 1} - 3\alpha$

i) Να ο το πεδίο ορισμού της  $f$  είναι το  $\mathbb{R}$

ii) Αν η  $C_f$  τέμνει τον άξονα  $y'y$  στο σημείο  $B(0, -2)$

τότε να βρεθεί ο  $\alpha \in \mathbb{R}$

iii) Για  $\alpha = 1$

α) Να ο  $f(x) = |x-1| - 3$

β) Να βρεθεί ο μέγιστος και ο ελάχιστος της  $f$  και άξονα  $x'x$

γ) Για ποια τιμές του  $x$  ισχύει

$$2 \leq f(x) \leq 5$$

### ΔΕΥΤΕΡΑ (5)

Εστω  $f(x) = \frac{x^2 - 5|x| + 6}{|x| - 3} + \alpha$ ,  $\alpha \in \mathbb{R}$

i) Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της  $f$

ii) Αν  $A(-2, -6) \in C_f$  τότε να βρεθεί ο  $\alpha \in \mathbb{R}$

iii) Αν  $\alpha = 0$  τότε

α) Να ο  $f(x) = |x| - 9$

β) Να βρεθεί για ποια  $x^2 - 4 = f(x)$

γ) Να βρεθεί  $3 \leq |f(x)| \leq 7$

δ) Να βρεθεί για ποια  $|f(x)| = +f(x)$

### ΔΕΥΤΕΡΑ (6)

Εστω  $f(x) = \frac{\sqrt{25 - x^2}}{x^2 - 7x + 12}$

i) Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της  $f$

ii) Να ελέγξετε αν η  $C_f$  διέρχεται από τον άξονα

των  $x'x$

iii) Να ο  $\frac{1}{1-f(2)} + \frac{1}{1+f(2)} = -1$