

① Δίνεται η εξίσωση: $\lambda x^2 - (\lambda^2 + 1)x + \lambda = 0, \lambda \neq 0$ ①

ε₁) Να βρεθεί η Δ .

ε₂) Να αποδείξετε ότι η ① έχει πραγματικές ρίζες $\forall \lambda \neq 0$

ε₃) Να βρεθούν τα $\lambda \in \mathbb{R}^*$ για τα οποία η ① έχει 2 ίσες ρίζες

ε₄) Να βρεθούν τα λ ώστε να ισχύει:

$$\lambda x^2 - (\lambda^2 + 1)x + \lambda \leq 0, \forall \lambda \in \mathbb{R}$$

ε₅) Αν $\lambda = -1$ να βρεθεί η εξίσωση: $\lambda x^2 - (\lambda^2 + 1)x + \lambda \leq 0$

② Δίνεται εξίσωση: $x^2 - (\lambda^3 + 1)x - 8 = 0$ ①, $\lambda \in \mathbb{R}$

ε₁) Να αποδείξετε ότι η ① έχει πραγματικές και άνισες ρίζες για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$

ε₂) Να υπολογίσετε τη τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η ① να έχει άνισες ρίζες

ε₃) Αν για τις ρίζες της ① ισχύει $x_1^2 = x_2$ να υπολογιστούν οι τιμές των ριζών x_1, x_2 καθώς και του τιμή του λ .

③ Έστω $f(x) = x^2 - 2x + |\lambda - 1|$, $\lambda \in \mathbb{R}$

ε₁) Ν.δ.ο η διακρίνουσα της εξίσωσης $f(x) = 0$ είναι $\Delta = 4(2 - |\lambda - 1|)$

ε₂) Για ποιες τιμές του λ ισχύει $f(x) > 0 \forall x \in \mathbb{R}$

ε₃) Για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ η $f(x) = 0$ έχει διάφορες ρίζες.

ε₄) Έστω $g(x) = \sqrt{x^2 - 2x + |\lambda - 1|}$, $\lambda \in \mathbb{R}$ για ποιες τιμές του

λ η g έχει πεδίο ορισμού όλο το \mathbb{R}

ε₅) Έστω $h(x) = \frac{\lambda}{\sqrt{x^2 - 2x + |\lambda - 1|}}$, $\lambda \in \mathbb{R}$ για ποιες τιμές του

λ η h έχει πεδίο ορισμού όλο το \mathbb{R} .

ε₆) Αν $\lambda = 2$ τότε να σχεδιαστεί η C_f .

④ Έστω $f(x) = \frac{\sqrt{3 - |3 - x|}}{x^2 - 1}$

ε₁) Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της f

ε₂) Ν.ο.ο.: η C_f διακρίνεται από την αρχή των αξόνων.

⑤ $f(x) = \frac{\mu \cdot x - 14}{\sqrt{x} - 2}$

α) Να ερθεί το πεδίο ορισμού στη f

β) Να ερθεί ο $\mu \in \mathbb{R}$ αν το σημείο $A(2, 6)$ ανήκει στη C_f

γ) Για $\mu = 2$ τότε

α) Να ερθεί σημείο τομής C_f με τον άξονα $x-x$

β) — | — — | — | — — $y-y$

γ) Να εφευρεθεί ποιο από τα παρακάτω σημεία ανήκει στη C_f $A_1(4, -6), B_1(9, \frac{3}{2})$

⑥ Έστω $f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 9}$

α) Να ερθεί πεδίο ορισμού

β) Ν.α.ο. $f(x) = |x-3|$

γ) Να λύσω: α) $f(x) = 5$ β) $f(x) > 5$

⑦ $f(x) = x^2 + ax + a - 1, a \in \mathbb{R}$

α) Να ερθεί το $a \in \mathbb{R}$ αν η C_f διακλάται από την αρχή των αξόνων

β) Να ερθεί το $a \in \mathbb{R}$ αν η εξίσωση $f(x) = 0$ έχει προσημιακή ρίζα

γ) Να ερθεί ο $a \in \mathbb{R}$ ώστε η $f(x) = 0$ να έχει διγαλή ρίζα

⑧ $f(x) = \frac{\sqrt{|3x+1|} - 1}{x+1}$

α) πεδίο ορισμού

β) Να ερθεί ο $\lambda \in \mathbb{R}$ αν το σημείο $M(-2, 1-3|\lambda|)$ ανήκει στη C_f

γ) Να λύσει εκ των: $|8x-5 f(-2)| = |x-4 \cdot f(2)|$

⑨ $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x+2}$ και $g(x) = \sqrt{3-|x-1|}$

α) Να ερθεύ A_f, A_g (πεδία ορισμού των f, g)

β) Να ερθεύ σημεία τομής των C_f, C_g με τον άξονα

γ) Να ερθεύ το "κοινό" διαστήμα στο οποίο ορίζονται ταυτόχρονα οι f και g .