

**ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ**  
**ΑΛΓΕΒΡΑ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ**  
**20/10/2019**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Πότε λέμε ότι ένας αριθμός  $\alpha$  είναι μεγαλύτερος από έναν αριθμό  $\beta$ ;

Να δοθεί ο ορισμός.

(Μονάδες 5)

**A2.** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ).

1) Ισχύει ότι:  $x^2 - y^2 = (x - y)^2$ .

2) Ισχύει ότι:  $3^4 \cdot 4^2 = 6^4$ .

3) Ισχύει ότι:  $(\beta - \alpha)^3 = -(\alpha - \beta)^3$ .

4) Αν  $\alpha < \beta$  και  $\gamma < 0$  τότε  $\alpha \cdot \gamma < \beta \cdot \gamma$ .

5) Ισχύει ότι:  $(-2)^{-3} = \frac{1}{8}$ .

(Μονάδες 10)

**A3.** Να συμπληρώσετε τα κενά ώστε να ισχύουν οι παρακάτω ισότητες.

1)  $(x \dots \dots)^2 = \dots - 6x + 9$

2)  $(x \dots \dots)^2 = \dots + \dots + 25$

3)  $(\dots + 2)^2 = 9x^2 + \dots + \dots$

4)  $(x - \dots)^2 = \dots - 4xy + \dots$

5)  $(\dots + \frac{1}{x})^2 = \dots + 2 + \dots$

(Μονάδες 10)

**ΘΕΜΑ Β**

**B1.** Να βρεθεί η τιμή της παράστασης:  $A = \frac{[x^3 \cdot y \cdot (x^{-2})^{-2}]}{(y^2)^{-3}}$ , όταν  $x = 0,5$  και  $y = 2$ . (Μονάδες 7)

**B2.** Να γίνουν οι πράξεις στις παρακάτω παραστάσεις:

1)  $A = \frac{x^2-16}{x^3-x} \cdot \frac{x^2-x}{x^2-4x}$  (Μονάδες 4)

2)  $B = \frac{x^2+3x+2}{x^2-1} \cdot \frac{x^2+x}{x^2+4x+4}$  (Μονάδες 4)

3)  $\Gamma = \frac{x^2+x+1}{x+1} : \frac{x^3-1}{x^2-1}$  (Μονάδες 5)

4)  $\Delta = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 \cdot \frac{x^2+x^3}{(x+1)^3}$  (Μονάδες 5)

## ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Να αποδείξετε ότι:  $(2x + y)^2 + (x - 2y)^2 + 5(x + y)(x - y) = 10x^2$ . (Μονάδες 7)

Γ2. Να αποδείξετε ότι:  $\frac{\alpha^3 - \beta^3}{\alpha^2 - \beta^2} : \left(\frac{\alpha^2}{\alpha + \beta} + \beta\right) = 1$ . (Μονάδες 7)

Γ3. α) Να αποδείξετε ότι:  $\left(\frac{\alpha + \beta}{3}\right)^2 - \left(\frac{\alpha - \beta}{3}\right)^2 = \frac{4}{9} \cdot \alpha \cdot \beta$ . (Μονάδες 7)

β) Να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης:  $K = \left(\frac{2019}{3}\right)^2 - \left(\frac{2001}{3}\right)^2$ . (Μονάδες 4)

## ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Να αποδείξετε ότι:  $(\alpha + \beta)^2 + 2\alpha\beta \geq -3\beta^2$ . (Μονάδες 4)

Δ2. α) Να αποδείξετε ότι:  $\alpha^2 + \beta^2 + 8 \geq 4(\alpha + \beta)$ . (Μονάδες 3)

β) Πότε ισχύει η ισότητα; (Μονάδες 2)

Δ3. Αν  $\alpha, \beta$  αρνητικοί αριθμοί, ν.α.ο.  $\frac{\alpha + \beta}{4} \leq \frac{\alpha\beta}{\alpha + \beta}$ . (Μονάδες 8)

Δ4. Αν  $\alpha \leq -2$ , να αποδείξετε ότι:  $\frac{\alpha^3}{2} + 4 \leq \alpha^2 + 2\alpha$ . (Μονάδες 8)

Καλή επιτυχία!