

# Πτεότν ο

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ: ΕΡΓΑΣΙΑ Νο 3 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4ο - 5ο

## ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

1. Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις με την ένδειξη σωστή (Σ) ή λάθος (Λ).

- Λ α. Κάθε ορθογώνιο τρίγωνο έχει μία γωνία ίση με  $45^\circ$ .
- Σ β. Ένα τετράπλευρο μπορεί να έχει κάθετες διαγώνιους και να μην είναι ρόμβος.
- Σ γ. Ένα τετράπλευρο είναι ρόμβος αν είναι παραλληλόγραμμο και δύο διαδοχικές πλευρές του είναι ίσες.
- Λ δ. Σε κάθε πολύγωνο με  $n$  - πλευρές το άθροισμα των γωνιών του είναι  $(2n+4)$  ορθές.
- Λ ε. Οι διαγώνιοι του ορθογωνίου παραλληλογράμμου τέμνονται κάθετα.

2. Στο παρακάτω σχήμα, η ημιευθεία  $A\chi$  είναι παράλληλη στη  $B\Gamma$  και η γωνία  $\hat{B} = \hat{\Gamma}$   $x = 30^\circ$ .

α. Να αποδείξετε ότι η  $A\chi$  είναι διχοτόμος της γωνίας  $\hat{A}\psi$ .

β. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου  $AB\Gamma$ .

γ. Το τρίγωνο  $AB\Gamma$  ως προς τις γωνίες είναι:

- Α. Ορθογώνιο.     Β. Οξυγώνιο.     Γ. Αμβλυγώνιο.  
δ. Το τρίγωνο  $AB\Gamma$  ως προς τις πλευρές του είναι:  
Δ. Ισοσκελές.     Ε. Ισόπλευρο.     Ζ. Σκαληνό.

α.  $A\chi \parallel B\Gamma$ ,  $B\psi$  τέμνουν τα  
 $\hat{A}_1 = \hat{B} = 30^\circ$  ως ενώς εντός  
και εντίς ανταντά.

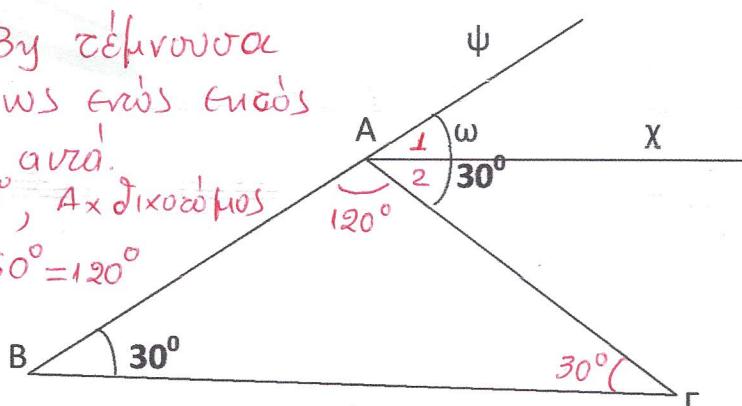
Άρα  $\hat{A}_1 = \hat{A}_2 = 30^\circ$ ,  $A\chi$  δίχοτόμος

β.  $B\hat{A}\Gamma = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

$\hat{F} = \hat{A}_2 = 30^\circ$  ως

ενώς εναντίας

Άρου  $A\chi \parallel B\Gamma$ .



3. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $ABG$  ( $AB=AG$ ) και η διάμεσός του  $AM$ . Αν  $\Delta$  το μέσο της  $AG$ , φέρνουμε  $M\Delta$  και στην προέκταση της  $M\Delta$  θεωρούμε σημείο  $E$  ώστε  $M\Delta=DE$ , να αποδείξετε ότι:

α.  $AE=BM$

β. Το τετράπλευρο  $AMGE$  είναι ορθογώνιο.

γ. Το τετράπλευρο  $ABME$  είναι παραλληλόγραμμο.

δ. Αν το  $Z$  είναι το μέσο της  $AM$  να αποδείξετε ότι η  $\Delta Z$  είναι κάθετη στην  $AM$ .

α. Συχρίνω  $A\overset{\Delta}{\hat{E}}\overset{\Delta}{\hat{D}} = M\overset{\Delta}{\hat{D}}\overset{\Delta}{\hat{G}}$   
 $AD=DR$ , Δ μένο  $AG$

$DE=MD$ , γνόθευση

$\hat{\Delta}_1=\hat{\Delta}_2$  κατανορυφήν

Άρα  $A\overset{\Delta}{\hat{E}}\overset{\Delta}{\hat{D}} = M\overset{\Delta}{\hat{D}}\overset{\Delta}{\hat{G}} \Rightarrow$

$AE=MG$ . Όμως  $MG=MB$ ,  $AM$  διάμεσος  $M$

οπότε  $AE=BM$ .

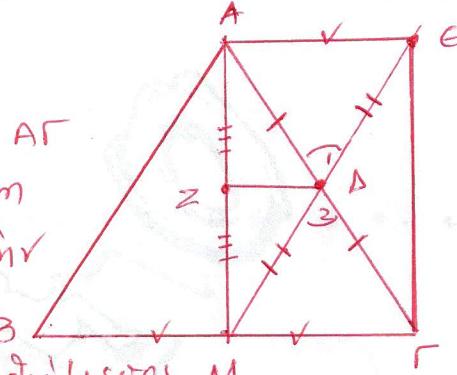
β. Άρου  $AD=DR$  και  $MD=DE$  τότε στο  $AEGM$ .

ηαρήκο διότι οι διαγώνιες διχοσφικούνται.

Το  $ABG$  ισοσκελές,  $AM$  διάμεσος άρα και ύψος  
οπότε  $\hat{M}=90^\circ$ . Άρα στο  $AMG$  ορθογώνιο.

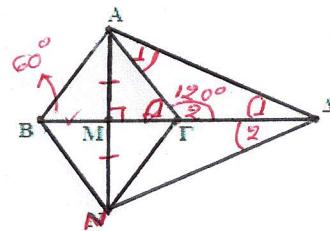
γ. Άρου  $AE=BM$  και  $AE \parallel MG$  ( $AMG$  ορθογώνιο)  
άρα και  $AE \parallel BM$  τότε στο  $AEMB$  ηαρήκο.

δ. Το  $AEGM$  ορθογώνιο οπότε οι διαγώνιες είναι  
ίσες. Άρα  $AD=DM$ . Τότε στο  $ADM$  ισοσκελές,  
 $DM$  διάμεσος άρα και ύψος. Συνεπώς  $\Delta Z \perp AM$ .



4. Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο  $\Delta ABG$  και  $\Delta AM$  το ύψος του στην πλευρά  $BG$ . Στην προέκταση του  $AM$  θεωρούμε τμήμα  $MN=AM$ . Στην προέκταση του  $BG$  προς το μέρος του Γ θεωρούμε τμήμα  $GD=BG$ . Να αποδείξετε ότι:

- α) Το τετράπλευρο  $ABNG$  ρόμβος.
- β) Το τρίγωνο  $\Delta ADN$  είναι ισοσκελές.
- γ) Η  $\Delta G$  είναι διχοτόμος της γωνίας  $\angle ADN$ .
- δ) Η γωνία  $\angle BAG = 90^\circ$



- a) Το  $\Delta ABG$  ισόπλευρο,  $AM$  ύψος ἀρά ναι διάμενος:  $BM=MN$   
Τότε το  $ABNG$  παρέκκλιτο διάδικτοι διαγώνιοι  $AN$  και  $BG$   
διχοτομούνται στο  $M$ . Οι διαγώνιοι  $AN$  &  $BG$  σέκτορες  
καθεροί ἀρά το  $ABNG$  ρόμβος
- b) Στο  $\Delta ADN$  η  $DN$  ύψος ( $\hat{n}=90^\circ$ ) ναι διάμενος  
( $AM=MN$ ) ἀρά είναι ισοσυντεταγμένης με  $\Delta A=\Delta N$ .

- c) Αφού  $\Delta ADN$  ισοσυντεταγμένης  $DN$  ύψος ἀρά ναι διχοτόμος  
Ἀρά διχοτόμος της  $\Delta ADN$ .  $\hat{\Delta}_1=\hat{\Delta}_2$

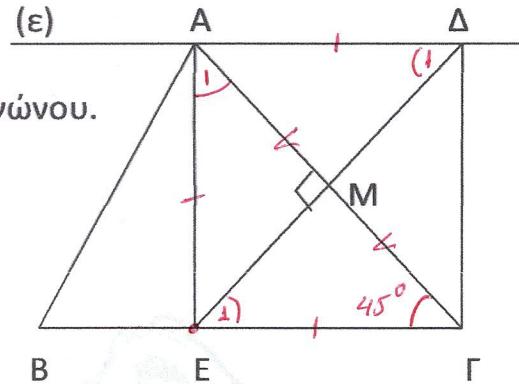
- d) Το  $\Delta ABG$  ισόπλευρο:  $\hat{B}=\hat{BAG}=\hat{r}_1=60^\circ$   
Τότε  $\hat{r}_2=120^\circ$  Το  $\Delta ADN$  ισοσυντεταγμένης  $AF=BG=r_2$   
Οπότε  $\hat{A}_1=\hat{\Delta}_1=\frac{180^\circ-120^\circ}{2}=30^\circ$

$$\text{Τότε } \hat{BAG}=\hat{BAG}+\hat{A}_1=60^\circ+30^\circ=90^\circ$$

$$\text{Ή όως } \hat{BAG}: \hat{BAG}=180^\circ-\hat{B}-\hat{A}_1 \\ =180^\circ-60^\circ-30^\circ=90^\circ$$

5. Σε οξυγώνιο τρίγωνο  $ABG$  με  $\hat{G}=45^\circ$  φέρνουμε από τη κορυφή  $A$  ευθεία ( $\varepsilon$ ) παράλληλη στη  $BG$ . Η μεσοκάθετος της πλευράς  $AG$  στο  $M$  τέμνει την ( $\varepsilon$ ) στο  $\Delta$  και την  $BG$  εσωτερικά στο  $E$ .

- α) Να αποδείξετε ότι  $\Delta A=\Delta G$  και  $EA=EG$ .
- β) Να συγκρίνετε τα τρίγωνα  $AM\Delta$  και  $EMG$ .
- γ) Να αποδείξετε ότι το  $AE$  είναι ύψος του τριγώνου.
- δ) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο  $ADGE$  είναι τετράγωνο.



a) Στο  $\triangle ADG$  η  $\Delta M$  ίψος και διάμεσος ἀρα  $\angle$ .  
 $\triangle ADG$  λοοονεαές με  $AD=GD$  ①.

IS η εμ μεσομήδερος της  $AG$  ὅρα  $\angle$  ει εισανέχει  
 ανδ τα  $A$  και  $G$ . Υπα  $EA=EG$  ②.

b) Συγκρίνω  $AM\Delta$   $EMG$  ορθος.  
 $AM=MG$ ,  $M$  μέσο  $AG$   
 $\hat{\Delta}_1=\hat{E}$ ,  $\Delta \Delta II BG$ , ενώ  $S$  ενδιάλει.

Υπα  $AM\Delta=EMG \Rightarrow AD=EG$  ③  
 $MD=ME$  ④.

c) Αφού  $AE=EG$  αόχω ② το  $AE$  λοοονεαές με  
 $\hat{G}=45^\circ$  οπόζε και  $\hat{A}=45^\circ$ . Αφο  $A\hat{E}G=180^\circ-45^\circ-45^\circ$   
 $\Rightarrow \hat{E}=90^\circ$ . Υπα  $AE$  ίψος.

d). To  $ADGE$  παρμό διάν  $ADII=EG$   
 To  $ADGE$  ρόμπος διάν  $AG \perp EA$  (Διαγώνιες σέμινοροι  
 κάθετα)

To  $ADGE$  ορθογώνιο διάν  $\hat{E}=90^\circ$   
 Υπα το  $ADGE$  τετράγωνο.