

πεότυ ο

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ: ΕΡΓΑΣΙΑ Νο 1 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3ο

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΕΠΩΝΥΜΟ..... ΟΝΟΜΑ.....
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ.....

1. Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις με την ένδειξη σωστή (Σ) ή λάθος (Λ).

- Λ i) Αν δύο τρίγωνα ABC και ΔEZ έχουν $AB=\Delta E$, $AC=\Delta Z$ και $\hat{A} = \hat{Z}$, τότε τα τρίγωνα είναι ίσα.
- Σ ii) Στο ισοσκελές τρίγωνο η διχοτόμος της κορυφής είναι και μεσοκάθετος της βάσης.
- Σ iii) Κάθε σημείο που ισαπέχει από τις πλευρές μιας γωνίας ανήκει στη διχοτόμο της.
- Σ iv) Στο ισόπλευρο τρίγωνο κάθε διάμεσος είναι ύψος και διχοτόμος.
- Λ v) Αν σε δύο κύκλους οι χορδές AB , CD είναι ίσες, τότε και τα αντίστοιχα αποστήματα τους είναι ίσα.

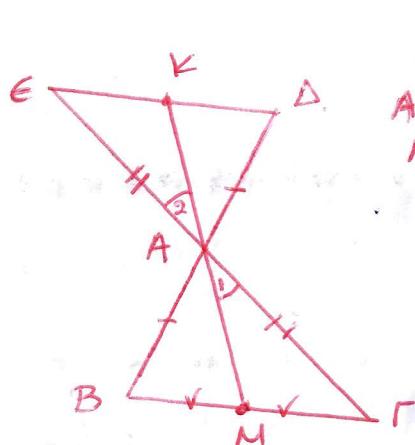
2. Στις προεκτάσεις των πλευρών BA και GA τριγώνου ABG παίρνουμε τμήματα $AD = AB$ και $AE = AG$ αντίστοιχα.

a) Να δείξετε ότι $\overset{\Delta}{ABG} = \overset{\Delta}{ADE}$

β) Αν AM διάμεσος στο $\overset{\Delta}{ABG}$ και η προέκτασή της MA τέμνει την ΔE στο K να δείξετε ότι:

i) $AM = AK$

ii) AK διάμεσος του $\overset{\Delta}{ADE}$ τριγώνου



$$\begin{array}{c|c} \Delta & Z \\ \hline AB = AD & a.1) \quad \overset{\Delta}{ABG} = \overset{\Delta}{ADE} \\ AE = AG & b.1) \quad AM = AK \\ & c.1) \quad N D O E K = k \Delta, n \quad EK = \frac{ED}{2} \end{array}$$

a. Συγχρίνω $\overset{\Delta}{ABG} \sim \overset{\Delta}{ADE}$
 $AB = AD$ γνόθεον
 $AG = AE$ γνόθεον
 $B\hat{A}G = E\hat{A}D$ κατανορυφήν }
} $\overset{\Delta}{ABG} = \overset{\Delta}{ADE} \Rightarrow$

$$\left. \begin{array}{l} BG = ED. \textcircled{1} \\ B = D \textcircled{2} \\ G = E \textcircled{3} \end{array} \right\}$$

B. i) Συγχρίνω $\overset{\Delta}{AMG} \sim \overset{\Delta}{AEK}$
 $AG = AE$ γνόθεον
 $G = E$ αδόχω \textcircled{3}.
 $A_1 = A_2$ κατανορυφήν }
} $\overset{\Delta}{AMG} = \overset{\Delta}{AEK} \Rightarrow$
 $AM = AK.$

ii) Αφού $\overset{\Delta}{AMG} = \overset{\Delta}{AEK} \Rightarrow MG = EK \Leftrightarrow$
 $\frac{BG}{2} = EK \Leftrightarrow \textcircled{1} \Rightarrow$

$$\frac{ED}{2} = EK$$

Άρα K μέσο ED , AK διάμεσος!

3. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $\triangle A\hat{B}G$ ($AB=AG$). Φέρνουμε την διχοτόμο AD της \hat{A} και πάνω σ' αυτήν παίρνουμε τυχαίο σημείο E .

a) Να δείξετε ότι $BE=EG$

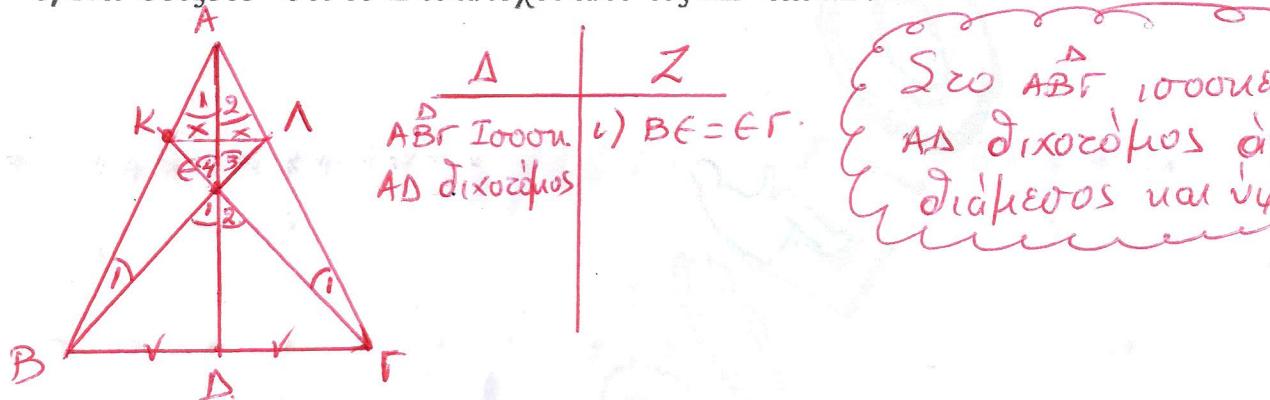
b) Να δείξετε ότι η ED διχοτόμος και ύψος στο $\triangle BEG$

Η προέκταση της BE τέμνει την AG στο L και η προέκταση της GE τέμνει την AB στο K .

c) Να δείξετε ότι $EK=EL$

d) Να δείξετε ότι η AE είναι μεσοκάθετος της KL .

e) Να δείξετε ότι το E ισαπέχει από τις AB και AG .



Στο $\triangle A\hat{B}G$ ισομερείς
ΑΔ διχοτόμησε την \hat{A}
διάκεστος και ύψος.

a) Συγχρίνω $\triangle ABE$ $\triangle AGE$,
 $AE = AE$ κοινών
 $AB = AG$, ABG ισομερείς
 $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$, ΑΔ διχοτόμησε την \hat{A}

$$\left. \begin{array}{l} \triangle ABE = \triangle AGE \Rightarrow \\ BE = EG \\ \hat{B}_1 = \hat{G}_1 \end{array} \right.$$

b) Το BE ισομερείς ΕΔ διάκεστος ($BD = DG$) αραι
διχοτόμησε την \hat{A} και ύψος.

c) Συγχρίνω $\triangle AKE$ $\triangle ALG$
 $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$, διχοτόμησε την \hat{A}
 $AE = AE$ κοινών.
 $\hat{E}_1 = \hat{E}_2$ διότι $\hat{E}_1 = \hat{E}_2$ (b) και $\hat{E}_1 = \hat{E}_3$, $\hat{E}_2 = \hat{E}_4$.
 Άρα $\triangle AKE = \triangle ALG \Rightarrow KE = EL$.

d) Αφού $AK = AL$, το Α ισαπέχει από τα K, L οπότε
ανήνει συν μεσοκάθετο.

Αφού $ER = EL$, το Ε ισαπέχει από τα K, L οπότε
ανήνει συν μεσοκάθετο.

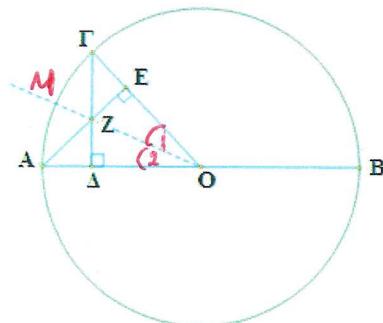
Άρα η AE μεσοκάθετος στην KL .

e). Αφού το Ε ομβίστηκε την διχοτόμησε την AD εάντε
ισαπέχει από τις πλευρές AB και AG .

4. Έστω κύκλος με κέντρο Ο και ακτίνα ρ.

Θεωρούμε διάμετρο AB και τυχαίο σημείο G του κύκλου. Αν AE κάθετο στην OG και GD κάθετο στην AO να αποδείξετε ότι:

- α) Το τρίγωνο ΔOZ είναι ισοσκελές.
- β) Η OZ διχοτομεί τη γωνία AOG και προεκτεινόμενη διέρχεται από το μέσο του τόξου AG .
- γ) $AZ = ZG$



Δ	Z
$AE \perp OG$	a. N. $\Delta OOD = OEC$
$GD \perp OA$	b. N. $\Delta O\hat{O}_1 = \hat{O}_2$

α) Συγκρίνω ΔAEO ΔGDO ορθογ.

$$\hat{o} = \hat{o} \text{ νοιν}$$

$OA = OG$ αυτές οι αλογές

Άρα $\Delta AEO = \Delta GDO \Rightarrow OE = OD \quad ① \Rightarrow O \in \Delta 1000 \text{ ουδετέρων}$

$$AE = GD \quad ②$$

β) Συγκρίνω ΔOZD ΔEZG ορθογ. } $\Delta OZD = \Delta EZG \Rightarrow$

$$OZ = OZ \text{ νοιν}$$

$$OD = OE \text{ αόγω } ② \quad \left. \begin{array}{l} \hat{o}_1 = \hat{o}_2 \quad ③ \\ \Delta ZD = \Delta EZ \quad ④ \end{array} \right\}$$

$$\hat{o}_1 = \hat{o}_2 \quad ③$$

$$\Delta ZD = \Delta EZ \quad ④$$

Άρα η OZ σέβεται ταν κέντρο ορού, αφού $\hat{o}_1 = \hat{o}_2$ (ενίμενερες)

τότε και τα τόξα θα είναι ίσα, $\widehat{AM} = \widehat{MG}$ οπότε M

μέσο του τόξου AG .

γ) Αφού $AE = GD$ αόγω ② και $ZE = \Delta Z$ αόγω ④
τότε $AZ = ZG$ ως διαφορά ίσων τημπάζων.