

ΠΡΟΤΥΠΟΣ

Εκπαιδευτικός Όμιλος

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΕΤΟΙΜΑΣΙΑΣ

4/1/2022

ΘΕΜΑ Α.

A1. Να αντιστοιχίσετε κάθε ανίσωση της πρώτης στήλης με την αντίστοιχη λύση της στην δεύτερη στήλη

1. $ x-3 \geq 1$	α. $-1 < x < 7$
2. $x^2 - 6x \leq 0$	β. $x \geq 4$ ή $x \leq 2$
3. $x^2 - 5x + 6 < 0$	γ. $2 < x < 3$
4. $ x-4 < 3$	δ. $0 \leq x \leq 6$

(μονάδες 8)

A2. Να αντιστοιχίσετε τις συναρτήσεις της πρώτης στήλης με τα αντίστοιχα πεδία ορισμού της δεύτερης στήλης

1. $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1- x-3 }}$	α. $x \in \left(0, \frac{1}{e}\right) \cup \left(\frac{1}{e}, +\infty\right)$
2. $f(x) = \frac{x}{e^x - 1}$	β. $x \in \mathbb{R}$
3. $f(x) = \sqrt{2x^2 + x + 3}$	γ. $x \in \mathbb{R}^*$
4. $f(x) = \frac{1}{\ln x + 1}$	δ. $x \in (2, 4)$

(μονάδες 8)

A3. Να υπολογίσετε τα παρακατω όρια:

α. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^3-1}$ β. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x^2+x}$ γ. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3+x^2-x-1}{x^2-3x+2}$

(μονάδες 9)

ΘΕΜΑ Β.

B1. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2x^2 + 3\lambda x + \lambda - 1$ της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο $A(1, 5)$.

α) Να δείξετε $\lambda = 1$ (μονάδες 5)

β) Να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση της f διέρχεται από την αρχή των αξόνων (μονάδες 5)

γ) Να βρείτε τα σημεία τομής της C_f με την ευθεία $(\varepsilon): y = 3x + 2$ (μονάδες 5)

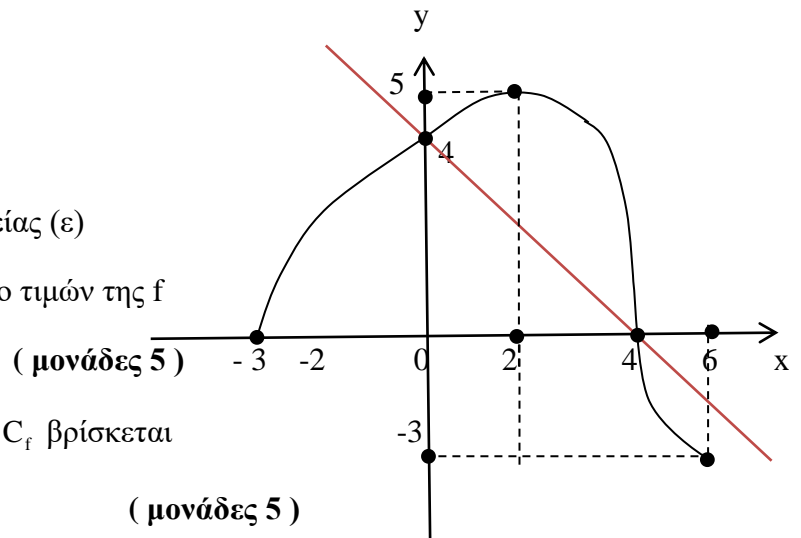
B2. Έστω επιπλέον η συνάρτηση $g(x) = 3x^2 + 2$

α) Να βρείτε τα κοινά σημεία των γραφικών παραστάσεων των f και g (μονάδες 5)

β) Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες η C_f βρίσκεται κάτω από την C_g (μονάδες 5)

ΘΕΜΑ Γ.

Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f και της ευθείας (ϵ)



Γ1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της f

(μονάδες 5)

Γ2. Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες η C_f βρίσκεται

πάνω από τον xx'

(μονάδες 5)

Γ3. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ϵ)

(μονάδες 3)

Γ4. Να λυθούν οι εξισώσεις $f(x) = 0$ και $f(x) = 4 - x$ (μονάδες 2)

Γ5. Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες η C_f βρίσκεται πάνω από τη ευθεία (ϵ) (μονάδες 5)

Γ6. Να υπολογίσετε τα όρια $\text{i) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + f(2)x + 4f(6)}{\sqrt{x^2 - 9}}$ $\text{ii) } \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^x + 4}{4 - x - f(x)}$ (μονάδες 5)

ΘΕΜΑ Δ.

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \frac{\ln x}{e^{-3x} + 1}$ και $g(x) = \frac{4x + 4}{2 \ln x^2 - 4}$

Δ1. Να βρείτε τα πεδία ορισμού των f και g

(μονάδες 5)

Δ2. Να υπολογίσετε (αν υπάρχουν) τα όρια :

α) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ β) $\lim_{x \rightarrow e} g(x)$

(μονάδες 4)

Δ3. Να υπολογίσετε τα όρια:

α) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ β) $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{1}{g(x)}$

(μονάδες 4)

Δ4. Εστω η συνάρτηση $\varphi(x) = \frac{\sqrt{x+3} - 2}{\sqrt{2x^2 + 1} - \sqrt{3}}$.

α) Να βρείτε το σημείο τομής της γραφικής παράστασης της φ με τον άξονα yy'

(μονάδες 5)

β) Να υπολογίσετε το όριο α. $\lim_{x \rightarrow 1} \varphi(x)$ β. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi(x)$

(μονάδες 7)

