

# ΠΡΟΤΥΠΟΣ

Εκπαιδευτικός Όμιλος

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ

ΑΛΓΕΒΡΑ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

4/01/2021

## ΘΕΜΑ Α

- A1.** Να δοθεί ο ορισμός της απόλυτης τιμής ενός πραγματικού αριθμού  $\alpha$ . (Μον. 5)
- A2.** Να αποδείξετε την ισότητα:  $|\alpha \cdot \beta| = |\alpha| \cdot |\beta|$  (Μον. 6)
- A3.** Να χαρακτηρίσετε ως σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ) κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις:
1. Ισχύει για κάθε πραγματικό αριθμό  $\alpha, \beta$  ότι:  $4\alpha^2 - 20\alpha\beta + 25\beta^2 \geq 0$ .
  2. Αν  $\alpha^2 > \alpha\beta$ , τότε  $\alpha > \beta$ .
  3. Αν  $\alpha\beta \geq 0$ , τότε μπορούμε πάντοτε να γράφουμε  $\sqrt{\alpha\beta} = \sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{\beta}$ .
  4. Αν  $\alpha < \beta < 0$ , τότε  $\alpha^2 > \beta^2$
  5. Ισχύει ότι:  $|\alpha + \beta| = |\alpha| + |\beta|$  για κάθε πραγματικό αριθμό  $\alpha, \beta$ .
  6. Μπορούμε πάντοτε να γράφουμε  $\sqrt[4]{\alpha^2} = \sqrt{\alpha}$
  7.  $|x - 1| > 2 \Leftrightarrow -1 < x < 3$  (Μον. 7x2)

## ΘΕΜΑ Β

**B1.** Αν  $2 \leq x \leq 3$  και  $1 \leq y \leq 2$ , να βρείτε μεταξύ ποιών ορίων βρίσκεται η τιμή καθεμιάς από τις παρακάτω παραστάσεις:

α)  $x + y$  (Μον. 5)

β)  $2x - 3y$  (Μον. 5)

γ)  $\frac{x}{y}$  (Μον. 5)

**B2.** Για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς  $\alpha, \beta$ , να αποδείξετε ότι:  $\alpha^2 + \alpha\beta \geq \beta(3\alpha - \beta)$  (Μον. 5)

**B3.** Αν  $\kappa \geq 4$  και  $\lambda \leq 3$ , τότε να αποδείξετε ότι:  $\kappa(\lambda - 3) \leq 4\lambda - 12$ . (Μον. 5)

### ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Δίνονται οι παραστάσεις:  $A = 2 - \sqrt{3}$  και  $B = 2 + \sqrt{3}$

α) Να αποδείξετε ότι:  $A \cdot B = 1$ . (Μον. 4)

β) Να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης:  $K = A^2 + B^2$ . (Μον. 5)

γ) Να απλοποιηθεί η παράσταση:  $\frac{1}{A} + \frac{2}{B}$ . (Μον. 6)

Γ2. Να υπολογίσετε την παράσταση  $A = \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{8 - 4\sqrt{2}} \cdot \sqrt[3]{8 + 4\sqrt{2}}$  (Μον. 5)

Γ3. Να αποδείξετε ότι:  $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt[6]{5} = \sqrt{15}$ . (Μον. 5)

### ΘΕΜΑ Δ

Για τους πραγματικούς αριθμούς  $x$ , ισχύει ότι:  $|x - 1| < 2$

Δ1. Να αποδείξετε ότι:  $-1 < x < 3$ . (Μον. 5)

Δ2. Να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης  $K = \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 1}}{x + 1} - \frac{\sqrt{x^2 - 6x + 9}}{x - 3}$ . (Μον. 8)

Δ3. Αν  $A = |2x + 2|$  και  $B = |x - 3|$

α) Για κάθε  $x \in (-1, 3)$ , να αποδείξετε ότι:  $A + 2B = 8$ . (Μον. 7)

β) Υπάρχει  $x \in (-1, 3)$  τέτοιο ώστε  $A - B = 8$ ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μον.5)

Καλή επιτυχία!