

# ΠΡÓΤΥΠΟ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ  
ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ  
3/12/2023

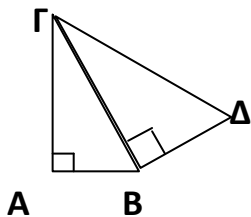
## ΘΕΜΑ Α

**A1.** Να αποδείξετε ότι κάθε σημείο της διχοτόμου μιας γωνίας ισαπέχει από τις πλευρές της γωνίας. (Μονάδες 5)

**A2.** Ποια η χαρακτηριστική ιδιότητα των σημείων της μεσοκαθέτου; (Μονάδες 3)

**A3. α.** Να διατυπώσετε τα συνοπτικά κριτήρια ισότητας των ορθογωνίων τριγώνων. (Μονάδες 4)

**β.** Στα παρακάτω ορθογώνια τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $B\Gamma\Delta$  έχουμε  $AB=BD$ . ( $B\Gamma$  κοινή). Είναι τα  $AB\Gamma$  και  $B\Gamma\Delta$  ίσα; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 3)



**A3.** Να χαρακτηρίσετε με Σωστό ή Λάθος τις παρακάτω προτάσεις:

α. Αν ένα τρίγωνο έχει μια οξεία γωνία τότε είναι οξυγώνιο.

β. Σε κάθε ισοσκελές τρίγωνο το ύψος που άγεται από οποιαδήποτε κορυφή είναι διχοτόμος της αντίστοιχης γωνίας και διάμεσος της απέναντι πλευράς.

γ. Δύο ορθογώνια τρίγωνα που έχουν τις κάθετες πλευρές τους ίσες μία προς μία είναι ίσα.

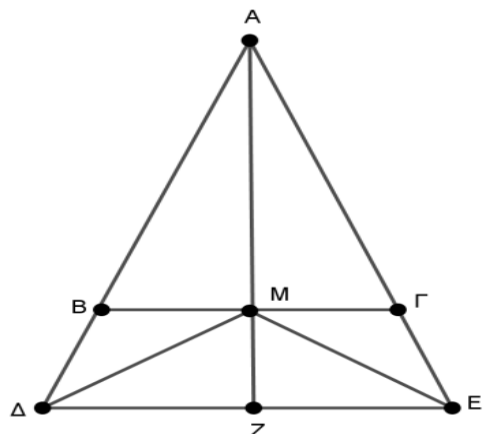
δ. Ύψος σε ένα τρίγωνο είναι η απόσταση μιας κορυφής από την απέναντι πλευρά.

ε. Δύο τρίγωνα με γωνίες ίσες μία προς μία είναι ίσα. (Μονάδες 10)

## ΘΕΜΑ Β

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $AB=A\Gamma$  και  $M$  είναι το μέσο της βάσης  $B\Gamma$ . Στις προεκτάσεις των πλευρών  $AB$ ,  $A\Gamma$  παίρνουμε τα τμήματα  $B\Delta$ ,  $\Gamma E$  αντίστοιχα ώστε  $B\Delta=\Gamma E$ .

**B1.** Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα  $MB\Delta$  και  $M\Gamma E$  είναι ίσα. (Μονάδες 10)



**B2.** Να αποδείξετε ότι η γωνία  $M\Delta E$  είναι ίση με τη γωνία  $M\epsilon\Delta$ . (Μονάδες 4)

**B3.** Αν η  $AM$  τέμνει την  $\Delta E$  στο σημείο  $Z$  να αποδείξετε ότι η  $AZ$  είναι διαμεσός στην  $\Delta E$ .

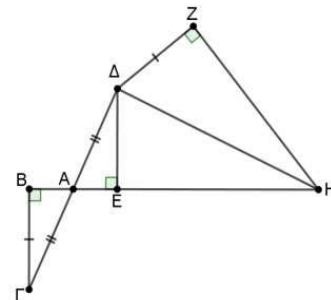
(Μονάδες 5)

**B4.** Να αποδείξετε ότι τα  $\Delta$  και  $E$  ισαπέχουν από τη  $B\Gamma$ .

(Μονάδες 6)

### ΘΕΜΑ Γ

**Γ1.** Στο παρακάτω σχήμα τα τρίγωνα  $AB\Gamma$ ,  $A\Delta E$  και  $\Delta ZH$  είναι ορθογώνια με ορθές γωνίες  $\hat{A}B\hat{\Gamma}$ ,  $\hat{A}E\hat{\Delta}$ , και  $\hat{\Delta}Z\hat{H}$ , αντίστοιχα. Επίσης  $A\Gamma = A\Delta$  και  $B\Gamma = \Delta Z$ . Να αποδείξετε ότι:



A. Τα ευθύγραμμα τμήματα  $B\Gamma$  και  $\Delta E$  είναι ίσα.

(Μονάδες 5)

B. Η  $\Delta H$  είναι διχοτόμος της γωνίας  $\hat{E}\hat{H}\hat{Z}$ . (Μονάδες 4)

**Γ2.** Σε ισοσκελές τρίγωνο  $\hat{A}B\hat{\Gamma}$  ( $AB = A\Gamma$ ) θεωρούμε τυχαίο σημείο  $\Delta$  της  $B\Gamma$ . Στις  $AB$  και  $A\Gamma$  παίρνουμε σημεία  $H$  και  $\Theta$  αντίστοιχα ώστε  $BH = \Delta\Gamma$  και  $\Gamma\Theta = B\Delta$ .

**Γ1.** Ν.Δ.Ο. το τρίγωνο  $\hat{\Delta}H\hat{\Theta}$  είναι ισοσκελές. (Μονάδες 8)

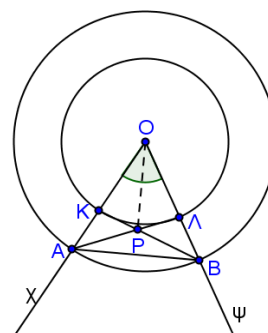
**Γ2.** Είναι οι γωνίες  $\hat{B}H\hat{\Delta}$  και  $\hat{\Delta}\hat{\Theta}\hat{\Gamma}$  ίσες; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

(Μονάδες 4)

**Γ3.** Αν  $M$  μέσο  $H\Theta$  ν.δ.ο. η  $\Delta M$  είναι ύψος του τριγώνου  $\hat{\Delta}H\hat{\Theta}$ . (Μονάδες 4)

### ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται οξεία γωνία  $\chi O\psi$  και δύο ομόκεντροι κύκλοι  $(O, \rho_1)$  και  $(O, \rho_2)$  με  $\rho_1 < \rho_2$ , που τέμνουν την  $O\chi$  στα σημεία  $K, A$  και την  $O\psi$  στα  $\Lambda, B$  αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:



**Δ1.**  $AL = BK$  (Μονάδες 7)

**Δ2.** Το τρίγωνο  $APB$  είναι ισοσκελές, όπου  $P$  το σημείο τομής των  $AL, BK$ . (Μονάδες 7)

**Δ3.** Η  $OP$  διχοτομεί τη γωνία  $\hat{\chi}O\hat{\psi}$ . (Μονάδες 7)

**Δ4.** Να αποδείξετε ότι η προέκταση της  $AP$  είναι μεσοκάθετος στην  $AB$ .

(Μονάδες 4)