πρότυπο

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ
ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Α΄ΛΥΚΕΙΟΥ
20/11/2022
<u>ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ</u>

<u>ΘΕΜΑ Α</u>

Α1. Να αποδείξετε ότι αν δύο τόξα ενός κύκλου είναι ίσα τότε και οι χορδές είναι ίσες. (Μονάδες 9)

Απόδειξη Σχ. βιβλίου σελ 42

Α2. Να διατυπώσετε τα συνοπτικά κριτήρια ισότητας των ορθογωνίων τριγώνων. (Μονάδες 6)

Θεωρία Σχ. βιβλίου σελ 51

Α3. Να χαρακτηρίσετε με Σωστό ή Λάθος τις παρακάτω προτάσεις:

Σ α. Σε ίσες χορδές ,μικρότερων του ημικυκλίου ,του ίδιου κύκλου αντιστοιχούν ίσα τόξα.

Λ β. Από σημείο εκτός ευθείας διέρχονται άπειρες κάθετες στην ευθεία.

Λ γ. Υπάρχουν σημεία της μεσοκαθέτου ενός ευθυγράμμου τμήματος που δεν ισαπέχουν από τα άκρα του.

Σ δ. Αν δυο χορδές ενός κύκλου είναι ίσες τότε και τα αποστήματά τους θα είναι ίσα

Σ ε. Αν ένα σημείο ισαπέχει από τις πλευρές μιας γωνίας τότε ανήκει στη διχοτόμο της γωνίας. (Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ Β

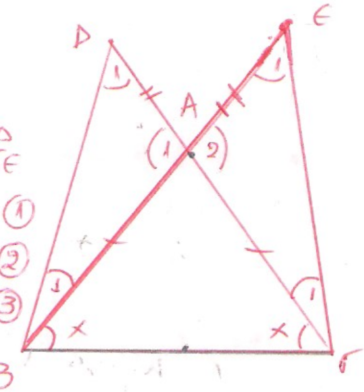
Β1. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με $ΑΒ = ΑΓ$. Στις προεκτάσεις των πλευρών ΒΑ και ΓΑ (προς το Α) θεωρούμε τα σημεία Ε και Δ αντίστοιχα τέτοια, ώστε $ΑΔ = ΑΕ$.

Να αποδείξετε ότι:

α) $ΒΕ = ΓΔ$ (Μονάδες 3)

β) $ΒΔ = ΓΕ$ (Μονάδες 6)

γ) $Δ\hat{Β}Γ = Ε\hat{Γ}Β$ (Μονάδες 5)



α) Αφού $ΑΒ=ΑΓ$ και $ΑΕ=ΑΔ$ τότε $ΒΕ=ΓΔ$ ως άθροισμα ίσων τμημάτων

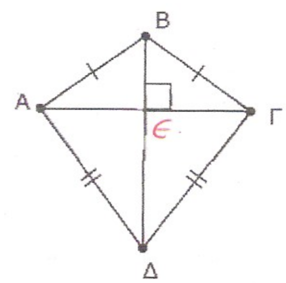
β) Συγκρίνω $\overset{\triangle}{ΑΒΔ}$ $\overset{\triangle}{ΑΓΕ}$

$$\left.\begin{array}{ll} ΑΒ=ΑΓ & \text{Υπόθεση} \\ ΑΔ=ΑΕ & \text{Υπόθεση} \\ \hat{Α}_1=\hat{Α}_2 & \text{κατακορυφήν} \end{array}\right\} \begin{array}{l} \overset{\triangle}{ΑΒΔ}=\overset{\triangle}{ΑΓΕ} \\ ΒΔ=ΓΕ \ (1) \\ \hat{Β}_1=\hat{Γ}_1 \ (2) \\ \hat{Δ}_1=\hat{Ε}_1 \ (3) \end{array}$$

γ) $$\left.\begin{array}{l} Δ\hat{Β}Γ = \hat{Β}_1 + x \\ Ε\hat{Γ}Β = \hat{Γ}_1 + x \end{array}\right\}$$ Άρα $Δ\hat{Β}Γ = Ε\hat{Γ}Β$ ως άθροισμα ίσων γωνιών

ή Συγκρίνω $\overset{\triangle}{ΒΔΓ}$ $\overset{\triangle}{ΒΕΓ}$

Β2. Δίνεται τετράπλευρο ΑΒΓΔ με $ΒΑ = ΒΓ$ και $ΔΑ = ΔΓ$. Οι διαγώνιοι ΑΓ, ΒΔ του τετράπλευρου είναι ίσες και τέμνονται κάθετα. Να αποδείξετε ότι:



α) Η ΒΔ είναι διχοτόμος των γωνιών Β και Δ του τετράπλευρου ΑΒΓΔ. (Μονάδες 6)

β) Η ΒΔ είναι μεσοκάθετος του τμήματος ΑΓ. (Μονάδες 5)

α) • Στο $\overset{\triangle}{ΑΒΓ}$ ισοσκελές, $ΑΒ=ΒΓ$ η ΒΕ ύψος στην ΑΓ άρα και διχοτόμος της $\hat{Β}$.

• Στο $\overset{\triangle}{ΔΑΓ}$ ισοσκελές, $ΔΑ=ΔΓ$, η ΔΕ ύψος στην ΑΓ άρα και διχοτόμος της $\hat{Δ}$.

β) Η ΒΔ είναι μεσοκάθετος της ΑΓ διότι τα Β και Δ ισαπέχουν από τα Α και Γ αφού $ΒΑ=ΒΓ$ και $ΔΑ=ΔΓ$.

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ, Μ το μέσον της ΒΓ και τα σημεία Δ, Ε στις ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα ώστε ΑΔ=ΑΕ.

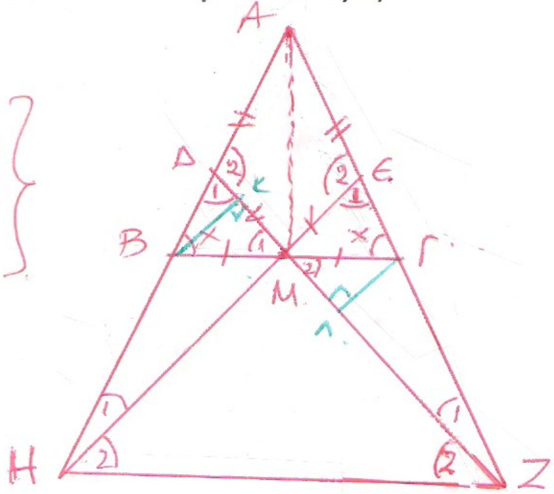
Γ1. Να δείξετε ότι οι γωνίες ΜΔΒ και ΜΕΓ είναι ίσες. (Μονάδες 5)

Γ2. Αν η προέκταση της ΔΜ τέμνει την προέκταση της ΑΓ στο Ζ και η προέκταση της ΕΜ τέμνει την προέκταση της ΑΒ στο Η, να δείξετε ότι ΔΖ=ΕΗ. (Μονάδες 5)

Γ3. Να δείξετε ότι το τρίγωνο $M\overset{\Delta}{H}Z$ ισοσκελές. (Μονάδες 5)

Γ4. Να αποδείξετε ότι η ΑΜ είναι μεσοκάθετος της ΗΖ. (Μονάδες 5)

Γ5. Να αποδείξετε ότι τα Β και Γ ισαπέχουν από τη ΔΖ. (Μονάδες 5)



Γ1. Συγκρίνω $M\overset{\triangle}{B}\Delta$ $M\overset{\triangle}{E}\Gamma$

$\hat{B}=\hat{\Gamma}=x$, $A\overset{\triangle}{B}\Gamma$ ισοσκελές

ΒΔ=ΓΕ αφού ΑΒ=ΑΓ και ΑΔ=ΑΕ.

ΒΜ=ΜΓ, Μ μέσο ΒΓ

$M\overset{\triangle}{B}\Delta = M\overset{\triangle}{E}\Gamma \Rightarrow \hat{\Delta}_1=\hat{B}_1$ (1)

ΔΜ = ΜΕ (2)

Γ2. Συγκρίνω $A\overset{\triangle}{\Delta}Z$ $A\overset{\triangle}{E}H$

ΑΔ = ΑΕ υπόθεση

$\hat{A}=\hat{A}$ κοινή

$\hat{\Delta}_2=\hat{E}_2$ παραπληρωματικές ίσων γωνιών, $\hat{E}_1=\hat{\Delta}_1$

$A\overset{\triangle}{\Delta}Z = A\overset{\triangle}{E}H \Rightarrow$ ΔΖ = ΕΗ., ΑΗ=ΑΖ. $\hat{H}_1=\hat{Z}_1$

Γ3. Αφού ΔΖ=ΕΗ και ΔΜ=ΜΕ τότε ΜΗ=ΜΖ ως διαφορά ίσων πλευρών οπότε $M\overset{\triangle}{H}Z$ ισοσκελές και $\hat{H}_2=\hat{Z}_2$

Γ4. Αφού ΑΗ = ΑΖ από Γ2 το Α ισαπέχει από Η και Ζ.
Αφού ΜΗ = ΜΖ από Γ3 το Μ ισαπέχει από Η και Ζ.
Άρα ΑΜ μεσοκάθετος της ΗΖ.

Γ5. Έστω ΒΚ και ΓΛ οι αποστάσεις

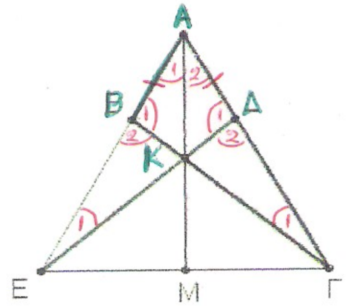
Συγκρίνω $B\overset{\triangle}{K}M$ $\Gamma\overset{\triangle}{\Lambda}M$ ορθογ.

ΒΜ=ΜΓ, Μ μέσο ΒΓ.

$\hat{M}_1=\hat{M}_2$ κατακορυφήν

$B\overset{\triangle}{K}M = \Gamma\overset{\triangle}{\Lambda}M \Rightarrow$ ΒΚ=ΓΛ.

ΘΕΜΑ Δ



Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ < ΑΓ . Στην προέκταση της ΑΒ (προς το Β) θεωρούμε σημείο Ε έτσι ώστε ΑΕ=ΑΓ. Στην πλευρά ΑΓ θεωρούμε σημείο Δ έτσι ώστε ΑΔ = ΑΒ .

Αν τα τμήματα ΔΕ και ΒΓ τέμνονται στο Κ και η προέκταση της ΑΚ τέμνει την ΕΓ στο Μ, να αποδείξετε ότι:

Δ1. ΒΓ = ΔΕ (Μονάδες 6)

Δ2. ΒΚ = ΚΔ (Μονάδες 7)

Δ3. Η ΑΚ είναι διχοτόμος της γωνίας Α. (Μονάδες 6)

Δ4. Η ΑΜ είναι μεσοκάθετος της ΕΓ. (Μονάδες 6)

Δ1. Συγκρίνω $\overset{\triangle}{AB\Gamma}$ $\overset{\triangle}{A\Delta E}$

AB = AΔ Υπόθεση
AΓ = AE Υπόθεση
$\hat{A} = \hat{A}$ κοινή

$\overset{\triangle}{AB\Gamma} = \overset{\triangle}{A\Delta E}$
$\hat{B}_1 = \hat{\Delta}_1$ (1)
$\hat{\Gamma}_1 = \hat{E}_1$ (2)

Δ2. Συγκρίνω $\overset{\triangle}{BKE}$ $\overset{\triangle}{\Gamma K\Delta}$

BE = ΓΔ διότι AE = AΓ και AB = AΔ
$\hat{E}_1 = \hat{\Gamma}_1$ από (2)
$\hat{B}_2 = \hat{\Delta}_2$ παραπληρωματικές ίσων γωνιών $\hat{B}_1 = \hat{\Delta}_1$

$\overset{\triangle}{BKE} = \overset{\triangle}{\Gamma K\Delta} \Rightarrow$
BK = KΔ (3)

Δ3. Ν.Δ.Ο $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$

Συγκρίνω $\overset{\triangle}{ABK}$ $\overset{\triangle}{A\Delta K}$

AB = AΔ Υπόθεση
$\hat{B}_1 = \hat{\Delta}_1$ από (1)
BK = KΔ από (3)

$\overset{\triangle}{ABK} = \overset{\triangle}{A\Delta K} \Rightarrow$
$\hat{A}_1 = \hat{A}_2 \Rightarrow$
AK διχοτόμος της $\hat{A}$

Δ4. Το $\overset{\triangle}{AE\Gamma}$ ισοσκελές διότι AE = AΓ, AM διχοτόμος της $\hat{A}$ οπότε διάμεσος και ύψος άρα μεσοκάθετος.