

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ
ΑΛΓΕΒΡΑ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ
21/11/2021

ΘΕΜΑ Α

A1. Πότε μια συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της; **Μονάδες: 5**

A2. Πότε μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A παρουσιάζει στο $x_0 \in A$ μέγιστο; **Μονάδες: 5**

A3. Πότε μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A θα λέγεται άρτια;
Τι είδους συμμετρία παρουσιάζει; **Μονάδες: 5**

A4. Να χαρακτηρίσετε με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις:

α. Η συνάρτηση $f(x) = -x^3$ είναι περιττή.

β. Αν $\alpha \neq 0$ και $\beta \neq 0$ τότε η εξίσωση $\alpha x + \beta y + \gamma = 0$ παριστάνει ευθεία.

γ. Αν ένα γραμμικό σύστημα έχει μοναδική λύση, τότε $D = 0$.

δ. Αν ένα γραμμικό σύστημα έχει μοναδική λύση τότε οι δύο ευθείες τέμνονται.

ε. Αν η συνάρτηση f είναι γνησίως μονότονη και η γραφική της παράσταση διέρχεται από τα σημεία $A(1,2)$ και $B(-3,8)$ τότε είναι γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R} **Μονάδες: 10**

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η γραφική παράσταση μια συνάρτησης f .

B1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f **Μονάδες: 3**

B2. Να βρείτε το σύνολο τιμών της f . **Μονάδες: 3**

B3. Να μελετήσετε την f ως προς την μονοτονία.
Μονάδες: 5

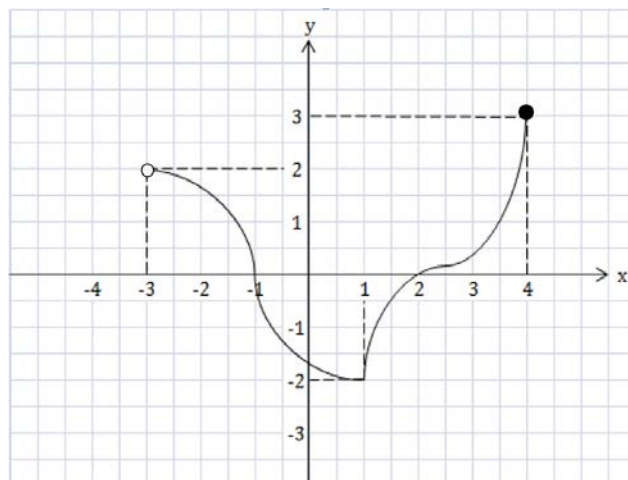
B4. Να βρεθούν, αν υπάρχουν, τα ολικά ακρότατα της f . **Μονάδες: 3**

B5. Να συγκρίνετε τους αριθμούς $f\left(-\frac{2021}{2022}\right)$

και $f\left(-\frac{2022}{2021}\right)$ **Μονάδες: 3**

B6. Να λύσετε την εξίσωση: $f(x) = 0$. **Μονάδες: 4**

B7. Να λύσετε την ανίσωση: $f(x) > 0$. **Μονάδες: 4**



ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται δύο ευθείες $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ για τις οποίες γνωρίζουμε

- η ε_1 έχει συντελεστή διεύθυνσης $\frac{1}{3}$ και τέμνει τον $y'y$ στο $-\frac{4}{3}$.
- η ε_2 διέρχεται από τα σημεία $A(1,-1)$ και τέμνει τον $x'x$ στο 3.

Γ1. Να δείξετε ότι η ευθεία ε_1 έχει εξίσωση $x-3y=4$ και η ε_2 έχει εξίσωση την $x-2y=3$.

Μονάδες: 10

Γ2. Να βρείτε αν οι παραπάνω ευθείες τέμνονται και να βρείτε το σημείο τομής.

Μονάδες: 6

Γ3. Να βρείτε τους αριθμούς x και y για τους οποίους ισχύει $|x-3y-4| + (x-2y-3)^2 = 0$.

Μονάδες: 4

Γ4. Να λύσετε το σύστημα (Σ):
$$\begin{cases} \alpha^2 - 3\beta^3 = 4 \\ \alpha^2 - 2\beta^3 = 3 \end{cases}$$

Μονάδες: 5

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 + \kappa x + \kappa - 3$, με $\kappa \in R$ και η παραβολή $g(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$ με $\alpha, \beta, \gamma \in R$ των οποίων οι γραφικές παραστάσεις τέμνονται στην αρχή των αξόνων.

Αν η γραφική παράσταση της g διέρχεται από το σημείο $A(1,4)$ και έχει κορυφή στο $x = -\frac{3}{2}$

να βρείτε τις τιμές των $\kappa, \alpha, \beta, \gamma \in R$

Μονάδες: 8

Δ2. Για $\kappa = 3$

A. Να δείξετε ότι η C_f έχει κέντρο συμμετρίας την αρχή των αξόνων.

Μονάδες: 3

B. Να βρεθεί η μονοτονία της f .

Μονάδες: 3

Γ. Να λυθεί η ανίσωση $f(-x) + f(x^2 - 2) \geq 0$

Μονάδες: 3

Δ3. Για $\alpha=1, \beta=3, \gamma=0$

A. Να μελετήσετε την συνάρτηση g ως προς την μονοτονία και τα ακρότατα. **Μονάδες: 3**

B. Να βρείτε τα σημεία τομής των δύο συναρτήσεων f, g και την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από αυτά τα σημεία. **Μονάδες: 5**