

ΠΡÓΤΥΠΟ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ
ΑΛΓΕΒΡΑ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ
27/11/2022

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι για κάθε γωνία ω ισχύει:

α. $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$. β. $\epsilon\phi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$ με $\sigma\upsilon\nu\omega \neq 0$ και $\sigma\phi\omega = \frac{\sigma\upsilon\nu\omega}{\eta\mu\omega}$ με $\eta\mu\omega \neq 0$

Μονάδες: (4+1+1)

A2. Πότε μια συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της;

Μονάδες: 3

A3. Πότε μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A παρουσιάζει στο $x_0 \in A$ ελάχιστο; Μονάδες: 3

A4. Πότε μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A θα λέγεται περιττή;

Τι είδους συμμετρία παρουσιάζει;

Μονάδες: 3

A4. Να χαρακτηρίσετε με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις:

α. Αν $\eta\mu\omega = 1$, τότε υποχρεωτικά θα είναι $\sigma\upsilon\nu\omega = 0$

β. Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το σύνολο A λέγεται άρτια, όταν για κάθε $x \in A$ ισχύει: $-x \in A$ και $f(-x) = f(x)$

γ. Ένα γραμμικό σύστημα εξισώσεων έχει πάντα μοναδική λύση.

δ. Μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της όταν για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$ ισχύει $f(x_1) > f(x_2)$.

ε. Η γραφική παράσταση της παραβολής $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$ έχει άξονα συμμετρίας την ευθεία

$$x = -\frac{\beta}{2\alpha}$$

Μονάδες: 10

ΘΕΜΑ Β

Έστω οι ευθείες (ϵ_1) και (ϵ_2) του διπλανού σχήματος.

B1. Να βρείτε τις εξισώσεις των δύο ευθειών. Μονάδες: 6

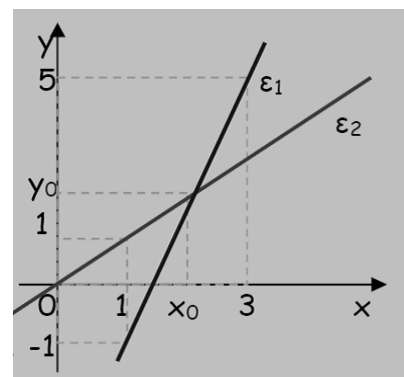
Αν η ευθεία ϵ_1 έχει εξίσωση $3x - y = 4$

B2. Να βρείτε τις συντεταγμένες (x_0, y_0) του σημείου τομής των δύο ευθειών. Μονάδες: 5

B3. Δίνεται το σύστημα (Σ_1) :
$$\begin{cases} \frac{2x-3}{2} + \frac{y-1}{3} = \frac{x+y+1}{6} \\ 3x-y=4 \end{cases}$$

Να λύσετε το σύστημα (Σ_1) .

Μονάδες: 6



B4. Αν $(x_0, y_0) = (2, 2)$ η λύση του συστήματος (Σ_1) να λύσετε το σύστημα

$$(\Sigma_2): \begin{cases} \frac{x_0 x}{2} + \frac{y_0 y}{2} = 5 \\ x_0 x^2 + y_0 y^2 = 3x_0^2 + 2y_0^2 + 6 \end{cases} \quad \text{Μονάδες: 8}$$

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται το σύστημα (Σ) : $\begin{cases} 3\sigma\eta\chi - \eta\mu\gamma = 2 \\ 3\sigma\eta\chi + \eta\mu\gamma = 1 \end{cases}$ με $0 < x < \frac{\pi}{2}$ και $\frac{3\pi}{2} < y < 2\pi$

Γ1. να αποδείξετε ότι: $\sigma\eta\chi = \frac{1}{2}$ και $\eta\mu\gamma = -\frac{1}{2}$. **Μονάδες: 4**

Γ2. να υπολογίσετε τους υπόλοιπους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας x . **Μονάδες: 6**

Γ3. Αν $\sigma\eta\chi = \frac{1}{2}$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $A = \frac{\eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x + \varepsilon\phi x}{\eta\mu x + \sigma\phi x}$ **Μονάδες: 5**

Γ4. α. Να δείξετε ότι $\frac{\sigma\phi\alpha - \varepsilon\phi\alpha}{\sigma\phi\alpha + \varepsilon\phi\alpha} = 1 - 2\eta\mu^2\alpha$ **Μονάδες: 7**

β. να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $\Pi = \frac{\sigma\phi\gamma - \varepsilon\phi\gamma}{\sigma\phi\gamma + \varepsilon\phi\gamma}$ **Μονάδες: 3**

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 + \alpha x$, με $\alpha \in R$ και η παραβολή $g(x) = -3x^2 + \beta$ με $\alpha, \beta \in R$.

Δ1. Αν η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το σημείο $A(-1, -4)$ και η γραφική παράσταση της g έχει κορυφή $K(0, 1)$ να βρείτε τις τιμές των $\alpha, \beta \in R$ **Μονάδες: 4**

Δ2. Για $\alpha = 3$ και $\beta = 1$

A. Να μελετήσετε την συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία και να συγκρίνετε τους αριθμούς $f(\frac{\pi}{2})$ και $f(\frac{3}{2})$ **Μονάδες: 6**

β. Να δείξετε ότι η C_f έχει κέντρο συμμετρίας την αρχή των αξόνων και η C_g έχει άξονα συμμετρίας το άξονα $y'y$. **Μονάδες: 4**

γ. Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση g παρουσιάζει μέγιστο στο $x_0 = 0$ και να βρείτε την μέγιστη τιμή της. **Μονάδες: 4**

Δ3. Για $\alpha = 3$ και $\beta = 1$

Να βρείτε την συνάρτηση $\varphi(x) = f(x) + g(x)$ και **Μονάδες: 1**

i) να αποδείξετε ότι η συνάρτηση $\varphi(x) = (x-1)^3 + 2$ **Μονάδες: 3**

ii) αν $h(x) = x^3$ να βρείτε την οριζόντια και την κατακόρυφη μετατόπιση της h ώστε να συμπέσει με την C_φ **Μονάδες: 3**