

# ΠΡÓΤΥΠΟ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ  
ΑΛΓΕΒΡΑ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ  
19/11/2023

## ΘΕΜΑ Α

A1. Τι ονομάζουμε πραγματική συνάρτηση με πεδίο ορισμού το A;

Μονάδες: 4

A2. Πότε μια συνάρτηση  $f$  είναι γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα  $\Delta$  του πεδίου ορισμού της;

Μονάδες: 3

A3. Πότε μια συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού A παρουσιάζει στο  $x_0 \in A$  μέγιστο; Μονάδες: 3

A4. Πότε μια συνάρτηση λέγεται άρτια και πότε περιττή; Πως αναγνωρίζουμε μια περιττή συνάρτηση, από την γραφική της παράσταση; Μονάδες: (4+1)

A5. Να χαρακτηρίσετε με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις:

α. Η εξίσωση  $ax^2+by^2=c$ , παριστάνει ευθεία για κάθε πραγματικό αριθμό  $a$  και  $b$ .

β. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f(x)$  είναι ίδια με την γραφική παράσταση της  $g(x) = f(x) - 5$ , αλλά μετατοπισμένη 5 μονάδες κατακόρυφα προς τα πάνω.

γ. Η γραφική παράσταση μιας άρτιας συνάρτησης είναι συμμετρική ως προς τον άξονα των τεταγμένων.

δ. Αν οι ευθείες δύο γραμμικών εξισώσεων είναι παράλληλες τότε το σύστημα τους έχει μοναδική λύση.

ε. Η εξίσωση  $2x + y + 3 = 0$  έχει συντελεστή διεύθυνσης ίσο με 2.

Μονάδες: 10

## ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η γραφική παράσταση  $C_f$  της συνάρτησης  $f$

B1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της  $f$ . Μονάδες: 4

B2. Να αιτιολογήσετε γιατί η συνάρτηση είναι άρτια. Μονάδες: 3

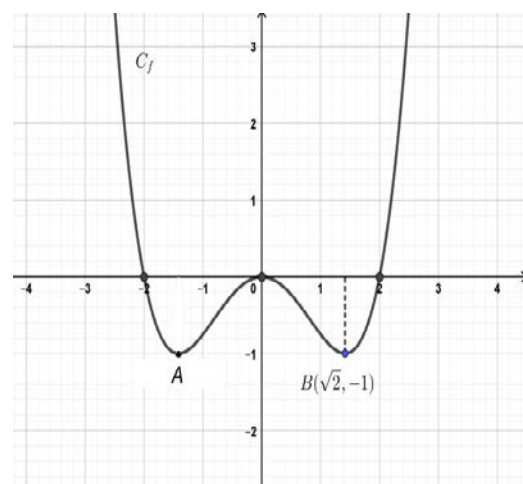
B3. Να βρεθεί το  $f(-\sqrt{2})$ . Μονάδες: 3

B4. Αν γνωρίζετε ότι τα σημεία  $A(-\sqrt{2}, -1)$  και  $B(\sqrt{2}, -1)$  ανήκουν στη γραφική παράσταση της  $f$  να βρείτε τα

διαστήματα μονοτονίας της συνάρτησης  $f$  και να συγκρίνετε τους αριθμούς  $f\left(\frac{2023}{2024}\right)$  και  $f(1)$ . Μονάδες: (4+3)

B5. Να βρεθούν, αν υπάρχουν, τα ακρότατα της  $f$ . Μονάδες: 4

B6. Να λύσετε γραφικά την εξίσωση  $f(x)=0$  και την ανίσωση  $f(x) > 0$ . Μονάδες: 4



### ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x)=\kappa+\lambda x-\sqrt{x}$ ,  $\kappa, \lambda \in R$ .

**Γ1.** Αν η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$  διέρχεται από τα σημεία  $A(1,2)$  και  $B(4,-5)$  να βρείτε τις τιμές των  $\kappa, \lambda \in R$  **Μονάδες: 6**

**Γ2.** Για  $\kappa=5$  και  $\lambda=-2$

**A.** Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$ . **Μονάδες: 1**

**B.** Να μελετήσετε την συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία. **Μονάδες: 5**

**Γ.** Να εξετάσετε αν η  $C_f$  έχει κέντρο συμμετρίας την αρχή των αξόνων ή άξονα συμμετρίας το άξονα  $y'y$ . **Μονάδες: 2**

**Δ.** Με τη βοήθεια του πεδίου ορισμού να αποδείξετε ότι η συνάρτηση  $f$  παρουσιάζει μέγιστο στο  $x_0=0$  και να βρείτε την μέγιστη τιμή της. **Μονάδες: 4**

**E.** Να λύσετε την ανίσωση  $f(|x+1|) \leq 2$  **Μονάδες: 4**

**ΣΤ.** Αν  $\alpha, \beta \in A_f$  να αποδείξετε ότι  $f(\alpha)+f(\beta) \leq 10$  **Μονάδες: 3**

### ΘΕΜΑ Δ

Στο σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις μιας παραβολής  $f(x)=ax^2+bx+\gamma$  και της ευθείας  $g(x)=-x+2$ .

**Δ1.** Δεδομένου ότι η παραβολή διέρχεται από τα σημεία  $A, B, \Gamma$ , να βρείτε τα  $\alpha, \beta, \gamma$ . **Μονάδες: 7**

**Δ2.** Αν  $\alpha=\frac{1}{2}, \beta=0, \gamma=-2$ , να βρείτε αλγεβρικά τις συντεταγμένες των κοινών σημείων ευθείας και της παραβολής. **Μονάδες: 7**

**Δ3.** Αν μετατοπίσουμε την παραβολή κατά 4,5 μονάδες προς τα πάνω, να δείξετε ότι η ευθεία και η παραβολή θα έχουν ένα μόνο κοινό σημείο. **Μονάδες: 7**

**Δ4.** Να λύσετε γραφικά την εξίσωση  $f(x)=g(x)$  και την ανίσωση  $f(x) < g(x)$ . **Μονάδες: 4**

