ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ

ΑΛΓΕΒΡΑ Β΄ΛΥΚΕΙΟΥ

18/02/2024

<u>ΘΕΜΑ Α</u>

Α1. Να αποδείξετε ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου P(x) με ένα πολυώνυμο της μορφής x–ρ είναι ίσο με την τιμή του πολυωνύμου για x=ρ, δηλαδή το υπόλοιπο ισούται με P(ρ) **Μονάδες:7**

Α2. Α. Τι ονομάζουμε βαθμό ενός πολυωνύμου;

Τι βαθμό έχουν ένα σταθερό μη μηδενικό πολυώνυμο και τι το μηδενικό; **Μονάδες:4**

Β. Δίνονται τα πολυώνυμα: $P(x)=-2x^3+4x^2+2(x^3-1)+9$ και $Q(x)=\alpha x^2+7$, $\alpha\in R$.

α. Είναι το πολυώνυμο P(x) 3ου βαθμού; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. **Μονάδες:2**

β. Να βρείτε το βαθμό του πολυωνύμου Q(x) για τις διάφορες τιμές του α. **Μονάδες:2**

Α3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. $εφx=εφθ \Leftrightarrow x=κπ+θ,\ κ\in\mathbb{Z}$.

β. Η εξίσωση συνx= $\sqrt{3}$ είναι αδύνατη.

γ. Το πολυώνυμο $P(x) = 2024x^3 - 2023x - 1$ έχει παράγοντα το x - 1.

δ. Για κάθε πραγματικό αριθμό x, ισχύει συν(–x)= συν(x).

ε. Αν το πολυώνυμο $P(x)$ έχει ρίζα το ρ, ισχύει $P(\rho)=0$. **Μονάδες:10**

<u>ΘΕΜΑ Β</u>

Β1 . Ένα πολυώνυμο P(x) διαιρούμενο με το πολυώνυμο 2x–1 δίνει πηλίκο x^2-2 και υπόλοιπο 1.

α) Να βρείτε το πολυώνυμο P(x). **Μονάδες: 4**

β) Αν $P(x)=2x^3-x^2-4x+3$:

i. να αποδείξετε ότι το P(x) έχει ρίζα το 1 και γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης P(x):(x–1) . **Μονάδες: 4**

ii. να λύσετε την εξίσωση P(x)=0. **Μονάδες: 4**

Β2. Έστω οι παραστάσεις : Α=συνχ(εφχ+συνχ)+ημ^{2}χ και Β=εφ(π+χ)σφ(-χ) – συν(π-χ)ημ($\frac{\pi}{2}-x$)

με $x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

α) Να δείξετε ότι : Α = ημχ+1 **Μονάδες: 4**

β) Να δείξετεότι : Β = -ημ^{2}χ **Μονάδες: 4**

γ) Να λύσετε την εξίσωση : 3Α-5=2Β **Μονάδες: 5**

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται το πολυώνυμο P(x)=x^5–4x^3–x^2+αx+β το οποίο διαιρούμενο με το x^2–4 δίνει υπόλοιπο 4x+1.

Γ1. Να κάνετε τη διαίρεση P(x):(x^2–4). **Μονάδες:5**

Γ2. Να βρείτε τις τιμές των α και β. **Μονάδες: 5**

Γ3. Έστω α=4 και β=5.

i. να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης P(x):(x^2–4). **Μονάδες: 5**

ii. να λύσετε την εξίσωση P(x)=4x+1. **Μονάδες:5**

iii. να λύσετε την εξίσωση P(x)=5. **Μονάδες: 5**

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Δίνεται η συνάρτηση f(x)=2συν^2(π–x)–3ημ$\left(\frac{\pi}{2}+x\right)$+α, α$\in$R.

Α. Να δείξετε ότι f(x)=2συν^{2}x–3συνx+α. **Μονάδες: 5**

Β. Να εξετάσετε αν η συνάρτηση f είναι άρτια ή περιττή. **Μονάδες: 3**

Γ. Να βρείτε το α αν είναι γνωστό ότι η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το σημείο

Μ$\left(\frac{\pi}{3},1\right)$ **Μονάδες: 4**

Δ. Για α=2 και g(x)=2ημ^{2}x+9συνx–9, να εξετάσετε αν έχει λύση η εξίσωση f(x)=g(x). **Μονάδες: 5**

Δ2. Α. Να λύσετε την εξίσωση: 3σφχ +2ημχ = 0, με χ ≠ κπ. **Μονάδες: 5**

Β. Ποιες από τις λύσεις της εξίσωσης βρίσκονται στο διάστημα (-2π, π) **Μονάδες: 3**