

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ
ΑΛΓΕΒΡΑ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ
09/03/2014

ΘΕΜΑ Α

- A1.** Να αποδείξετε ότι ένα πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντα το $(x-r)$ αν και μόνο αν το r είναι ρίζα του $P(x)$ δηλαδή αν και μόνο αν $P(r)=0$ (Μον. 9)
- A2.** Να δοθούν οι ορισμοί
- α.** Βαθμός πολυωνύμου (Μον. 3)
- β.** Ρίζα πολυωνύμου (Μον. 3)
- A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιο σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη Σωστό αν η πρόταση είναι σωστή ή Λάθος αν η πρόταση είναι λανθασμένη:
- α.** Η εξίσωση $3x^3-5x+6=0$ έχει ρίζα το 2.
- β.** Η εξίσωση $6x^{2016}-3x^{2015}+2x^{2014}+2=0$ δεν έχει ρίζα το 3.
- γ.** Το πολυώνυμο $P(x) = (4x+5)^{2014} + x^{2013}$ έχει παράγοντα το $x+1$.
- δ.** Αν το υπόλοιπο της διαίρεσης δύο πολυωνύμων είναι πολυώνυμο μηδενικού βαθμού τότε η διαίρεση είναι τέλεια.
- ε.** Αν το πολυώνυμο $P(x)$ είναι n βαθμού $n \in \mathbb{N}^*$ τότε το $P^2(x)$ είναι $2n$ βαθμού. (Μον. 10)

ΘΕΜΑ Β

Έστω οι συναρτήσεις $f(x) = (\lambda^3-4\lambda)x^3 + (\lambda^2-2\lambda)x - \lambda + 2$ και $g(x) = (2\lambda^2+1)x^3 + (\lambda+1)x^2 + (2\lambda+5)x + 3$

- α.** Να βρείτε τον βαθμό του $f(x)$ για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$. (Μον. 8)
- β.** Να βρείτε τον ακέραιο αριθμό λ για τον οποίο το $f(x)$ έχει ρίζα το $x=1$. (Μον. 6)
- γ.** Να βρείτε την τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε $f(x) = g(x)$ (Μον. 7)
- δ.** Για $\lambda=1$ να βρείτε την $f(x)$ και να δείξετε ότι διέρχεται από το σημείο $(1,-3)$ (Μον. 4)

ΘΕΜΑ Γ

Έστω η το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - (\alpha+3)x^2 + (2\beta+1)x - 2\alpha$ με $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

α. Αν το $P(x)$ έχει παράγοντα το $(x-2)$ και το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x+1$ είναι -18 να βρείτε τα α και β (Μον. 5)

β. Για $\alpha = 2$ και $\beta = \frac{7}{2}$

i) Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$ και $P(\eta\mu x) = 0$ (Μον. 4)

ii) Να λύσετε την ανίσωση $P(x) > 0$ (Μον. 4)

iii) Να βρείτε το πρόσημο $P(2014^{-1})$ και το πρόσημο του γινομένου $P(0,99) P(1,1)$. (Μον. 4)

iv) Να γίνει η διαίρεση του $P(x)$ με το x^2+1 και να γραφεί η ταυτότητα της ευκλείδειας διαίρεσης. (Μον. 4)

v) Να λύσετε την ανίσωση $P(x) \geq 7x+1$. (Μον.)

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται πολυωνυμική συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \mu x^4 - 2\lambda x^3 + 2\lambda x + k$ με $x \in \mathbb{R}$, $k, \lambda, \mu \in \mathbb{R}$ για την οποία ισχύουν

- Το σημείο $A(0, -1)$ ανήκει στην γραφική παράσταση της f
- Η εξίσωση $f(x) = 0$ έχει θετική ακέραια ρίζα

Δ1. Να αποδείξετε ότι $k = -1$ και $\mu = 1$. (Μον. 5)

Δ2. Για $k = -1$, $\mu = 1$ και $\lambda \in \mathbb{R}$, να βρείτε τις τιμές του λ ώστε η γραφική παράσταση της f να είναι κάτω από τον άξονα $x'x$ στο διάστημα $(-1, 1)$ (Μον. 5)

Δ3. Αν επιπλέον $\lambda = 1$ και $g(x) = -2x^3 + x^2 + 2x - 2$, $x \in \mathbb{R}$, τότε

α. Να βρείτε τα σημεία τομής της C_f με τους άξονες $x'x$ και $y'y$ (Μον. 5)

β. Να μελετηθεί το πρόσημο της συνάρτησης f . (Μον. 5)

γ. Να εξετάσετε αν οι C_f , C_g τέμνονται. (Μον. 5)