

πεότνηο

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ
ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
10/11/2018

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι αν δύο χορδές ενός κύκλου είναι ίσες τότε τα αποστήματά τους είναι ίσα. *Θέωρια Σχ. Βιβλίου* (Mov. 6)

A2. Στο παρακάτω τρίγωνο ισχύουν: $BM = AM$, $AD \perp BG$ και $A\hat{B}E = E\hat{B}G$.

Να συμπληρώσετε τις παρακάτω προτάσεις.

- Η GM ονομάζεται Λιόφερος
- Η AD ονομάζεται 'Υψος
- Η BE ονομάζεται Διχοσόφιος

(Mov. 3)

A3. Να συμπληρωθούν οι προτάσεις.

- Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μια και τις περιεχόμενες σε αυτές γωνίες ίσες, τότε είναι ίσα.
 - Αν δύο τρίγωνα έχουν μια πλευρά και τις προσεγγίσεις σε αυτή γωνίες ίσες μία προς μια, τότε είναι ίσα.
 - Αν δύο τρίγωνα έχουν τις πλευρές τους ίσες μία προς μια, τότε είναι ίσα.
- (Mov. 6)

A4. Να χαρακτηρίσετε με Σωστό και Λάθος τις παρακάτω προτάσεις:

- Σ α. Κάθε σημείο της μεσοκαθέτου ενός ευθύγραμμου τμήματος ισαπέχει από τα άκρα του τμήματος.
- Λ β. Δύο τρίγωνα αν έχουν δυο πλευρές και μια γωνία ίσες μία προς μια είναι ίσα.
- Λ γ. Δύο ορθογώνια τρίγωνα που έχουν δύο πλευρές ίσες είναι πάντοτε ίσα.
- Λ δ. Ένα τρίγωνο είναι οξυγώνιο όταν έχει δύο οξείες γωνίες
- Λ ε. Δυο τρίγωνα είναι ίσα όταν έχουν τις γωνίες τους ίσες μία προς μια

(Mov. 10)

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ABG με $AB=AG$. Προεκτείνουμε την πλευρά AB προς το μέρος του B και παίρνουμε στην προέκταση σημείο Δ . Ομοίως στην προέκταση της AG προς το μέρος του G παίρνουμε σημείο E ώστε $BD=GE$. Αν M είναι το μέσο της BG , να αποδείξετε ότι :

B1. $\triangle \overset{\Delta}{BM} = \triangle \overset{\Delta}{ME}$

(Mov. 8)

B2. τα τρίγωνα $\triangle \Delta E$ και $\triangle ME$ είναι ισοσκελή.

(Mov. 6)

B3. τα $\triangle \Delta$ και E ισαπέχουν από τη BG .

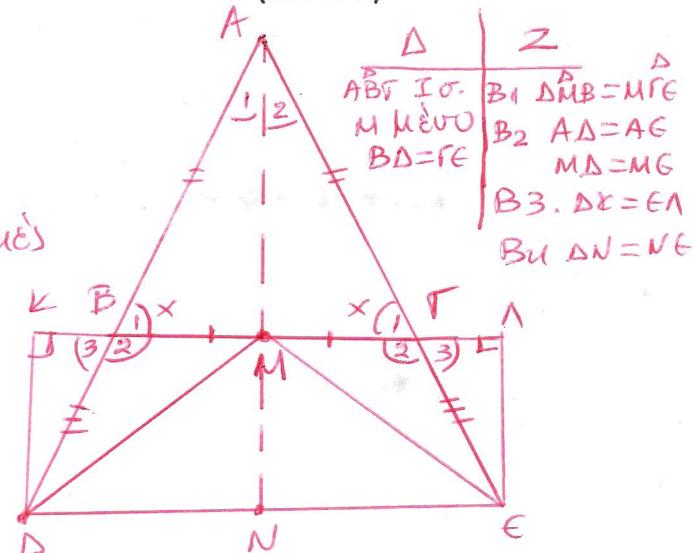
(Mov. 8)

B4. η AM είναι διχοτομεί την ED .

(Mov. 3)

B1 Συγκρίνω $\triangle \overset{\Delta}{BM}$ με $\triangle \overset{\Delta}{ME}$
 $BM=MG$, M μέσο BG
 $BD=GE$ γηθεών
 $\hat{B}_2=\hat{G}_2$, ηαραληρωματανες
 $\text{zur } B_1=\hat{G}_1=x$

Άρα $\triangle \overset{\Delta}{BM} = \triangle \overset{\Delta}{ME} \Rightarrow MD=ME \quad ①$



B2. Το $\triangle \Delta E$ ισούνταις διότι

$AD=AE$ αφού $AB=AG$ & $BD=GE$.
Το $\triangle \Delta E$ ισούνταις διότι $MD=ME$

αύξω ①.

B3. Φέρνω τις κάθετες (ανοράσεις) ΔK και ΔL σαν

B4. Συγκρίνω $\triangle \overset{\Delta}{KD}$ με $\triangle \overset{\Delta}{EL}$ ορθούς
 $BD=GE$ δεδομένο
 $\hat{B}_3=\hat{G}_3$ διότι $\hat{B}_3=\hat{B}_1=x$ & $\hat{B}=\hat{G}=x$
από τασανορυφήν.

Άρα $\triangle \overset{\Delta}{KD} = \triangle \overset{\Delta}{EL} \Rightarrow \Delta K = \Delta L$

B4. Έσω θα η AM τέμνει την DE στο N .

Ν.ΔΟ $\Delta N=NE$. Το $\triangle \overset{\Delta}{BN}$ ισούνταις, $AB=AG$, & AM

διέμενος άρα να διχοτόμησε: $\hat{A}_1=\hat{A}_2$.

διέμενος άρα να διχοτόμησε ($\hat{A}_1=\hat{A}_2$) άρα

Το $\triangle \Delta E$ ισούνταις η $\triangle AN$ διχοτόμησε ($\hat{A}_1=\hat{A}_2$) άρα
μα ίδιαμενος. Δηλαδή $\Delta N=NE$

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ABG ($AB=AG$). Πάνω στις AB και AG παίρνουμε σημεία D και E αντίστοιχα ώστε $AD=AE$.

Φέρνουμε την διχοτόμο AK και στην προέκταση προς το K παίρνουμε σημείο P .

Αν η ΔP τέμνει την BG στο Z και η ΔP τέμνει την BG στο H , να αποδείξετε ότι:

Γ1. $\Delta BZ = \Delta EH$

(Mov. 2)

Γ2. $\Delta P = \Delta P$

(Mov. 6)

Γ3. $\Delta BZ = \Delta EH$

(Mov. 6)

Γ4. το τρίγωνο ZHP είναι ισοσκελές.

(Mov. 6)

Γ5. η AP είναι μεσοκάθετος της ED .

(Mov. 5)

Γ1 Αφού $AB=AG$ ($ABΓ\text{ΙΟΟΝΕΛ}$) ναι,
 $AD=AE$ εότε $\Delta B = \Delta E$ ως διαφορά
 ίσων εκμήλων.

Γ2. Συγκρίνω ΔAP ΔAP

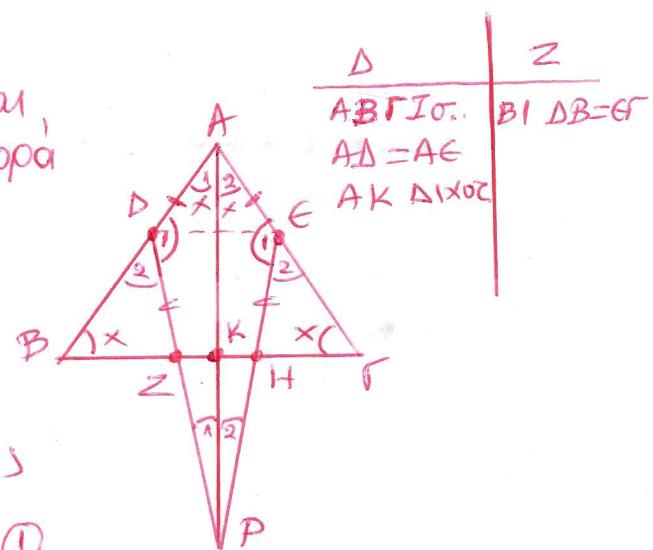
$AD=AE$ ηλόγεων

$AP=AP$ κοινή

$\hat{A}_1 = \hat{A}_2$, Αλογοσύνης

Άρα $\Delta AP = \Delta AP \Rightarrow \Delta P = \Delta P$ ①

$\hat{D}_1 = \hat{E}_1$ ②
 $\hat{P}_1 = \hat{P}_2$ ③



Γ3 Συγκρίνω ΔBZ ΔEH

$\Delta B = \Delta E$ ανό Γ1.

$\hat{B} = \hat{E}$ $ABΓ\text{ΙΟΟΝΕΛ}$

$\hat{D}_2 = \hat{E}_2$ ως ηαραπληρωματικές
 ισών $\hat{D}_1 = \hat{E}_1$

$\left. \begin{array}{l} \Delta BZ = \Delta EH \\ \Delta Z = \Delta H \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} \Delta BZ = \Delta EH \\ \Delta Z = \Delta H \end{array} \Rightarrow$

④

Γ4. Αφού $\Delta P = \Delta P$ (ανό Γ2) ναι $\Delta Z = \Delta H$ (ανό Γ3)

εότε $PZ = PH$ ως διαφορά ίσων εκμήλων.

Άρα PZH ισοσκελές

Γ5. Αφού $AD=AE$ εότε οι Α σημείωσις
 μεσομαθέσιοι της DE

Αφού $PD=PE$ εότε οι Ρ σημείωσις της

μεσομαθέσιοι της DE

Άρα AP μεσομαθέσιος της DE

ΘΕΜΑ Δ

Σε κύκλο (O, ρ) παίρνουμε χορδή AB . Θεωρούμε εξωτερικό σημείο M του κύκλου τέτοιο ώστε $MA=MB$.

Δ1. Να δείξετε ότι η OM είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{B}OA$ (Mov. 7)

Δ2. Προεκτείνουμε τις OA και OB και παίρνουμε σημεία D και E αντίστοιχα. ώστε $AD=BE$. Αν K το σημείο τομής της OM με την χορδή AB να δείξετε ότι:

α) $AK=KB$ (Mov. 7)

β) η MO είναι κάθετη στην AB . (Mov. 2)

γ) $\hat{K}AD=\hat{K}BE$ (Mov. 7)

δ) το τρίγωνο $ΔKE$ είναι ισοσκελές. (Mov. 2)

