

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ Α' ΛΥΡΕΙΟΥ

24/11/2019



ΘΕΜΑ Α.

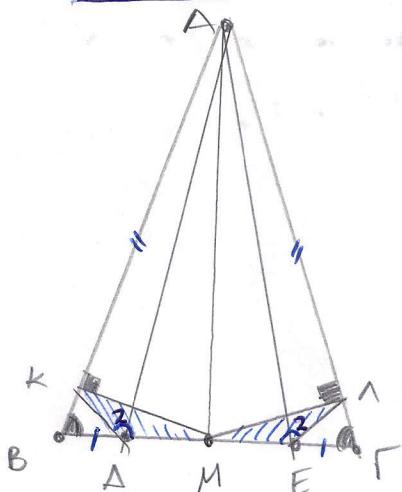
A₁. Απόδειξη δεμπίας

A₂ Απόδειξη δεμπίας

A₃ Θεμπία

A₄. α-Σ β-Λ γ-Σ δ-Λ ε-Σ

ΘΕΜΑ Β



Έχουμε $AB = AG$

$BD = GE$

B1) Θέλω να δο $\triangle ADE$ ισογκέλες

Συγκρινώ $\triangle ABD$ $\triangle AEG$

- $AB = AG$ $\triangle AEG$ ισογκέλες ανά νωρ.
- $BD = EG$ δεδομένα
- $\hat{B} = \hat{E}$ προσκείφενται σημ βάση ισογκελούς

Άρα $\triangle ABD = \triangle AEG \Rightarrow AD = AE \Rightarrow \triangle ADE$ ισογκέλ.

B2) Συγκρινώ τα ορθογώνια

τρίγωνα $\triangle BKM$ $\triangle GLM$

- $\hat{B} = \hat{E}$ ως προσκείφενται σημ βάση ισογκελούς
- $BM = MG$ αφού Μ μέσο της BG

Άρα $\triangle BKM = \triangle GLM \Rightarrow MK = ML$
 $BK = GL$

(ΣΣΓ 1)

B₃) Συγκριώ τα τρίγωνα

$$\triangle BCK \quad \triangle EΓΛ$$

• BK = ΓΛ από προηγ. ερώτηση

• $\hat{B} = \hat{Γ}$ προσκείμενες στις βάσην 1606ΚΕΛΟΥΣ

• $ΒΔ = ΓΕ$ δεδομένα.

$$\left. \begin{array}{l} \triangle BCK = \triangle EΓΛ \\ ΔΚ = ΕΛ \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle BCK = \triangle EΓΛ$$

B₄) Συγκριώ τα τρίγωνα:

$$\triangle DMK \quad \triangle EΜΛ$$

• $ΔΚ = ΕΛ$ από προηγ. ερώτηση

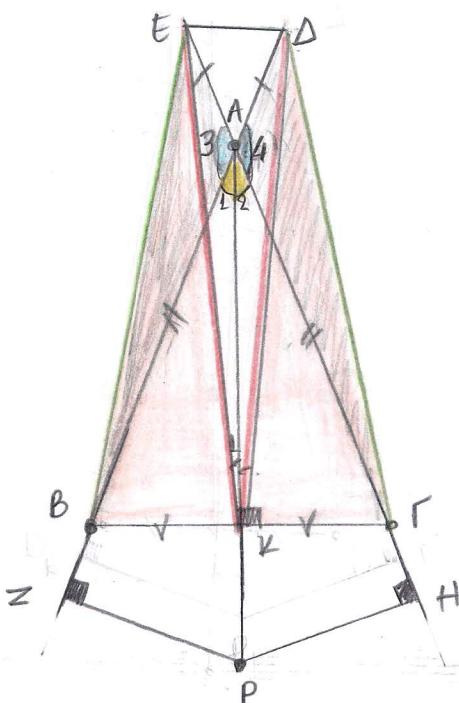
• $\hat{Δ}_2 = \hat{Ε}_2$ παραλληρωθεικές στις γωνίες

• $ΔΜ = ΕΜ$ ως διαφορά στις τιμές

$$\left. \begin{array}{l} \triangle DMK = \triangle EΜΛ \\ ΔΚ = ΕΛ \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle DMK = \triangle EΜΛ$$

ΘΕΜΑ Γ

* AK διάκεσης του 1606ΚΕΛΟΥΣ $\hat{A}ΒΓ$ ισρα κ' ύψος κ' διχοτόμος



Γ₁) Δείτω ότο $EB = ΓΔ$

Συγκριώ τα τρίγωνα

$$\triangle AEB \quad \triangle AΔΓ$$

• $AE = AD$ δεδομένα

• $AB = AG$ $\hat{A}ΒΓ$ 1606ΚΕΛΟΥΣ

• $\hat{A}_3 = \hat{A}_4$ κατακορυφήν

$$\triangle AEB = \triangle AΔΓ \Rightarrow EB = ΓΔ$$

Γ₂) Δείτω ότο το $\triangle KEΔ$ 1606ΚΕΛΟΥΣ αρκεί ότο $KE = KA$

$$\text{Συγκριώ } \triangle AKE \quad \triangle AKA$$

• $AK = AK$ κοινή πλευρά

• $\hat{A}_3 + \hat{A}_1 = \hat{A}_4 + \hat{A}_2$ ανθροίσκασα στις γωνίες

• $AE = AD$ δεδομένα

$$\triangle AKE = \triangle AKA \Rightarrow KE = KA$$

(ΣΣΔ2)

Γ₃) Συγκριώ τα τρίγωνα

$\triangle EKB$ $\triangle DKΓ$

- $EB = ΓΔ$ ερώτημα (1)
 - $EK = ΔK$ ερώτημα (2)
 - $BK = ΓK$ κ μέσο $BΓ$
- $\Rightarrow \triangle EKB = \triangle DKΓ$

Γ₄) Ανδ ηπονγούμενα έχουμε: $AE = AD$ από A

Ισανέχει ανδ E, D και $KE = KΔ$ από Κ Ισανέχει
ανδ $E, Δ$. Σηλ n AK μεγοκαίδετος του ED

Γ₅) Φέρω τις αποστρίξεις $PZ \perp AB$ και $PH \perp AG$

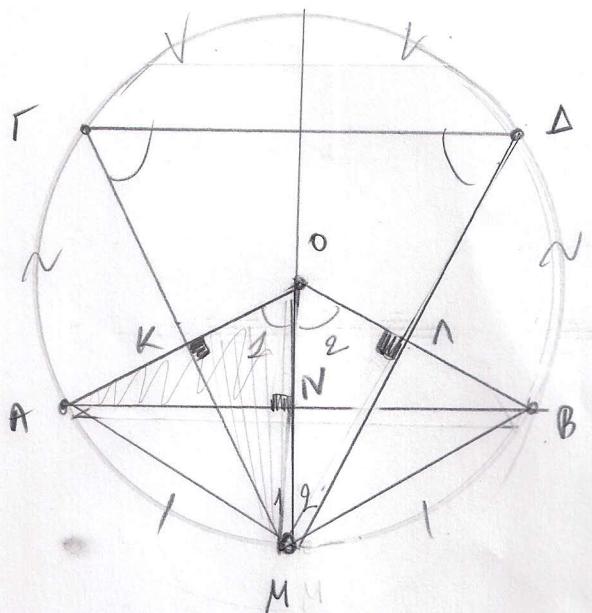
Συγκριώ $\triangle APZ$ $\triangle APH$ ορθογώνια

- $AP = AP$ κοινή πλευρά
 - $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ AK διχοτόμος της \hat{A}
- $\Rightarrow \triangle APZ = \triangle APH \Rightarrow PZ = PH$

η Π αντείο της διχοτόμου της γωνίας ονότε ισανέχει
ΘΕΜΑ Δ ανδ τις πλευρές της γωνίας.

Η μέσο του τόφου \widehat{AB}

$MK \perp OA$ και $MN \perp OB$



ΔΔ)

Ερώτημα Η μέσο του τόφου \widehat{AB} τοπε n OM διχοτομει το τόφο
άπα και την αντιστοιχη επικεντρη
γωνια AOB . (\Rightarrow οn απόστημα)

$\Delta_2)$ Συγκριώ $\overset{\triangle}{OAN}$ $\overset{\triangle}{OMK}$ ορθογώνια: $\hat{K} = 90^\circ$ $\hat{N} = 90^\circ$ αφού
 • $OA = OM$ ακτίνες
 • $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$ κοινή γωνία
 $\Rightarrow \overset{\triangle}{OAN} = \overset{\triangle}{OMK} \Rightarrow MK = AN$

$\Delta_3)$ Συγκριώ $\overset{\triangle}{OKM}$ $\overset{\triangle}{OM\Lambda}$ ορθογώνια $\hat{K} = \hat{\Lambda} = 90^\circ$
 • $OM = OM$ κοινή πλευρά
 • $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$ επικερμές γωνίες ήOU
 βαίνουν σε ίδια τόξα.
 $\Rightarrow \overset{\triangle}{OKM} = \overset{\triangle}{OM\Lambda} \Rightarrow \hat{M}_1 = \hat{M}_2$ αφού
 OM διστόφος της $\Gamma M\Lambda$.

$\Delta_4)$. 1ος τρόπος: Αρκεί να $\Gamma M = \Delta M$:

Ανò προηγούμενην σύγκρισην έχουμε: $OK = ON$
 öπως OK ανθεικά της κορδής ΓM
 K' ON -||- -||- ΔM

γνωρίζουμε ότι δύο κορδές είναι ίδιες αν και μόνο
 αν τα ανοστίματά τους είναι ίδια $\Gamma M = \Delta M$.

2ος τρόπος

Ανò προηγούμενην σύγκρισην έχουμε $MK = M\Lambda$
 öπως K μέσο της $\Gamma M \Rightarrow \Gamma M = 2MK$
 K' Λ μέσο της $\Delta M \Rightarrow \Delta M = 2M\Lambda$

Δ5) Αν διαγράψουμε το επωτ. Δ2 έχουμε ότι:

$$OK = ON$$

όπους $OK \cong ON$ απότομα των κορδίνων FM
και $ON \cong OM$ απότομα των κορδίνων AB .
ισα σημείωμα \Rightarrow ισες κορδίνες από $FM = AB$.

Δ6). Τιο να γνωρίζει ο γνωστός κύκλος

$$\text{Θα ισχέσει: } OM = AM = BM$$

είναι $AM = BM$ κορδίνες που αντιστοιχούν σε ίσα
τόξα $\widehat{AM} = \widehat{MB}$

όπους $OM \neq AM, BM$

απότομα γνωρίζει κύκλος που να μην περνάει
ανά τα A, O, B .

(Σελ 5)