ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Πρότυπο

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ

ΑΛΓΕΒΡΑ Β΄ΛΥΚΕΙΟΥ

28/04/2018

ΘΕΜΑ Α

Α1. Να δείξετε ότι αν θ_1, θ_2, > 0, 0 < α ≠ 1 τότε: $log_\alpha(\theta_1 . \theta_2) = log_\alpha\theta_1 + log_\alpha\theta_2$ [Μον. 6]

Α2. Αν α>0 με α ≠ 1, και θ>0 **ν**α δώσετε τον ορισμό του λογάριθμου του θ ως προς βάση α.

[Μον. 3]

Α3. Να συμπληρωθούν τα κενά.

α. $\sqrt[\nu]{\alpha^{\mu}}$ = **α**$^{\dots}$ όπου α>0, μ ακέραιος και ν θετικός ακέραιος

β. $\alpha^{\log_\alpha \theta}$ = ...όπου θ>0 και α>0 με α≠1

γ. $\log_a a^{\chi}$ = ...όπου α>0 με α≠1 και x ε R.

δ. $e^{\ln\theta} = \dots\dots\dots$

ε. Αν α>0 με α ≠1, τότε για οποιουσδήποτε θ_1 , θ_2 > 0 ισχύει: $\log_\alpha\left(\dfrac{\theta_1}{\theta_2}\right) = \dots\dots$

στ. Αν α>0 με α ≠1, τότε για οποιουσδήποτε θ_1 , θ_2 > 0 ισχύει: $\log_\alpha \theta^k = \dots\dots$

[Μον. 6]

Α4. Δίνεται η συνάρτηση $f(\chi) = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{\chi}$.

Να χαρακτηρίσετε ως σωστό (Σ) ή λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις.

i. Η f έχει πεδίο ορισμού το R

ii. Η f έχει σύνολο τιμών το R

iii. Η f είναι γνησίως αύξουσα στο R

iv. Η f έχει άξονα συμμετρίας τον y΄y

v. Η γραφική παράσταση της f έχει ασύμπτωτη τον θετικό ημιάξονα των x

vi. Η γραφική παράσταση της f είναι συμμετρική με άξονα συμμετρίας τον y΄y προς τη γραφική παράσταση της g (χ) = 2^x.

vii. Ισχύει ότι f (1/3) > f (1/5)

viii. Ισχύει ότι f (2^{1999}) > f (2^{2000})

ix. Το σημείο Α (0, 1) ανήκει στην γραφική παράσταση της f

x. Το σημείο $M(-2,-4)$ ανήκει στη γραφική παράσταση της f. [Μον 10]

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3+αx^2+βx-2$ όπου α, β πραγματικοί αριθμοί.

Β1. Αν το P(x) έχει παράγοντα το (x-1) και το υπόλοιπο της διαίρεσης του P(x) με το (x-2)είναι ίσο με 10- P(0) τότε να δείξετε ότι α = 2 και β = -1. [Μον. 8]

Β2. Για α=2 και β= -1

α) Να λύσετε την εξίσωση P(x) = 0 [Μον. 5]

β) Να λύσετε την ανίσωσηP(x)>0 [Μον. 4]

γ) Να βρείτε για ποιες τιμές του x η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)= P(e^x)$ βρίσκεται πάνω από τον άξονα x΄x. [Μον. 4]

δ) Να βρείτε το άθροισμα των συντελεστών του πολυωνύμου Q(x) = P(P(x)+2) [Μον. 4]

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\sqrt{2\cdot 4^x-α\cdot 2^x+2}$.

Γ1. Αν η γραφική παράσταση της συνάρτησης f διέρχεται από το σημείο Α(2, $\sqrt{14}$) να αποδείξετε ότι $α=5$ [Μον. 8]

Για $α=5$

Γ2.Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f. [Μον. 10]

Γ3. Να εξετάσετε αν η γραφική παράσταση της συνάρτησης f τέμνει τους άξονες x΄x και y΄y . [Μον. 7]

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση f(x) = $\left(\frac{α+1}{3-α}\right)^x$ με $α \neq 3$

Δ1. Για ποιες τιμές του α ∈ ℝ η f ορίζεται στο R; [Μον. 5]

Δ2. Για ποιες τιμές του α ∈ ℝ η f είναι γνησίως φθίνουσα; [Μον. 5]

Δ3. Για ποιες τιμές του α ∈ ℝ η f είναι γνησίως αύξουσα; [Μον. 3]

Δ4. Για ποιες τιμές του α ∈ ℝ η f είναι σταθερή; [Μον. 2]

Δ5. Για $α=2$ να λύσετε την εξίσωση : f(2x) – 4 f(x) + 3 =0. [Μον. 5]

Δ6. Αν το $α\in(-1,1)$ να λύσετε την ανίσωση : $\left(\frac{α+1}{3-α}\right)^{e^{2x}-e^x}<1$ [Μον. 5]