ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Πρότυπο

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ

ΑΛΓΕΒΡΑ Β΄ΛΥΚΕΙΟΥ

28/04/2018

ΘΕΜΑ Α

Α1. Να δείξετε ότι αν θ_1, θ_2, > 0, $0 < \alpha \neq 1$ τότε: $log_\alpha(\theta_1 . \theta_2) = log_\alpha\theta_1 + log_\alpha\theta_2$ [Μον. 6]

Θεωρία Σχ. Βιβλίου Σελ. 175

Α2. Αν α>0 με $\alpha \neq 1$, και θ>0 να δώσετε τον ορισμό του λογάριθμου του θ ως προς βάση α.

Θεωρία Σχ. Βιβλίου Σελ. 174 [Μον. 3]

Α3. Να συμπληρωθούν τα κενά.

α. $\sqrt[\nu]{\alpha^\mu} = \alpha^{\frac{\mu}{\nu}}$ όπου α>0, μ ακέραιος και ν θετικός ακέραιος

β. $\alpha^{\log_\alpha \theta} = \theta$ όπου θ>0 και α>0 με α≠1

γ. $\log_a a^x = x$ όπου α>0 με α≠1 και x ε R.

δ. $e^{\ln\theta} = \theta$, θ>0

ε. Αν α>0 με α ≠1, τότε για οποιουσδήποτε θ_1 , θ_2 > 0 ισχύει: $\log_\alpha\left(\frac{\theta_1}{\theta_2}\right) = \log_\alpha\theta_1 - \log_\alpha\theta_2$

στ. Αν α>0 με α ≠1, τότε για οποιουσδήποτε θ_1 , θ_2 > 0 ισχύει: $\log_\alpha \theta^k = k \cdot \log_\alpha\theta$

[Μον. 6]

Α4. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

Να χαρακτηρίσετε ως σωστό (Σ) ή λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις.

Σ **i.** Η f έχει πεδίο ορισμού το R

Λ **ii.** Η f έχει σύνολο τιμών το R

Λ **iii.** Η f είναι γνησίως αύξουσα στο R

Λ **iv.** Η f έχει άξονα συμμετρίας τον y΄y

Σ **v.** Η γραφική παράσταση της f έχει ασύμπτωτη τον θετικό ημιάξονα των x

Σ **vi.** Η γραφική παράσταση της f είναι συμμετρική με άξονα συμμετρίας τον y΄y προς τη γραφική παράσταση της $g(x) = 2^x$.

Λ **vii.** Ισχύει ότι f (1/3) > f (1/5)

Σ **viii.** Ισχύει ότι $f(2^{1999}) > f(2^{2000})$

Σ **ix.** Το σημείο Α (0, 1) ανήκει στην γραφική παράσταση της f

Λ **x.** Το σημείο $M(-2,-4)$ ανήκει στη γραφική παράσταση της f. [Μον 10]

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3+\alpha x^2+\beta x-2$ όπου α, β πραγματικοί αριθμοί.

Β1. Αν το P(x) έχει παράγοντα το (x-1) και το υπόλοιπο της διαίρεσης του P(x) με το (x-2)είναι ίσο με 10- P(0) τότε να δείξετε ότι α = 2 και β = -1. [Μον. 8]

Β2. Για α=2 και β= -1

α) Να λύσετε την εξίσωση P(x) = 0 [Μον. 5]

β) Να λύσετε την ανίσωσηP(x)>0 [Μον. 4]

γ) Να βρείτε για ποιες τιμές του x η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)= P(e^x)$ βρίσκεται πάνω από τον άξονα x΄x. [Μον. 4]

δ) Να βρείτε το άθροισμα των συντελεστών του πολυωνύμου Q(x) = P(P(x)+2) [Μον. 4]

Β1 παράγοντας $(x-1)$: $P(1)=0 \Leftrightarrow 1+\alpha+\beta-2=0 \Leftrightarrow \alpha+\beta=1.$

$P(x):(x-2)$ $\upsilon=10-P(0) \Leftrightarrow P(2)=10-P(0) \Leftrightarrow$
$8+4\alpha+2\beta-2=10+2 \Leftrightarrow$
$4\alpha+2\beta=6 \Leftrightarrow$
$2\alpha+\beta=3$

(Σ) $\left.\begin{matrix}\alpha+\beta=1\\ 2\alpha+\beta=3\end{matrix}\right\}$ $\overset{(-1)}{\Longleftrightarrow}$ $\left.\begin{matrix}-\alpha-\beta=-1\\ 2\alpha+\beta=3\end{matrix}\right\}$ $\oplus$

$\alpha=2$ 5 $2+\beta=1 \Leftrightarrow \beta=-1$

Β2. $P(x)=x^3+2x^2-x-2$

α) $P(x)=0 \Leftrightarrow x^3+2x^2-x-2=0$
$(x-1)(x^2+3x+2)=0$
$x=1$ ή $x^2+3x+2=0$
$x=-1$ ή $x=-2$

1	2	−1	−2	1
↓	1	3	2	
1	3	2	0	

β) $P(x)>0 \Leftrightarrow (x-1)(x^2+3x+2)>0$

x		−2		−1		1	
x−1	−		−		−	0	+
x^2+3x+2	+	0	−	0	+		+
P(x)	−	0	+	0	−	0	+

$x\in(-2,-1)\cup(1,+\infty)$

γ) $f(x)>0 \Leftrightarrow P(e^x)>0 \xrightarrow{\beta)} e^x\in(-2,-1)\cup(1,+\infty)$
$-2<e^x<-1$ ή $e^x>1 \Leftrightarrow$
αδύνατη $e^x>e^0 \Leftrightarrow$
$x>0$

δ) Αθροισμα συντελεστών όταν $x=1$:
$Q(1)=P(P(1)+2)=P(0+2)=P(2)=10-P(0)=10+2 \Leftrightarrow$
$Q(1)=12$