πρότυπο

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ

ΑΛΓΕΒΡΑ Β΄ΛΥΚΕΙΟΥ

3/11/2024

ΘΕΜΑ Α

Α1. Πότε μια συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της; **Μονάδες: 3**

Α2. Πότε μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού Α παρουσιάζει στο $x_0 \epsilon A$ μέγιστο; **Μονάδες: 3**

Α3. Πότε μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού Α θα λέγεται άρτια;
Τι είδους συμμετρία παρουσιάζει; **Μονάδες: 3**

Α4. Να χαρακτηρίσετε με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις:

α. Η εξίσωση $\alpha x^2+\beta y^2=\gamma$, παριστάνει ευθεία για κάθε πραγματικό αριθμό α και β.

β. Αν για κάθε $x_1, x_2 \in A_f$ με $x_1<x_2$, τέτοια ώστε $f(x_1)>f(x_2)$ τότε η f είναι γνησίως φθίνουσα στο A_f

γ. Αν η f είναι γνησίως αύξουσα στο R και f(1)=0, τότε f(2)<0

δ. Αν ένα γραμμικό σύστημα 2x2 έχει 2 λύσεις, τότε είναι αόριστο.

ε. Η γραφική παράσταση μιας περιττής συνάρτησης έχει άξονα συμμετρίας τον άξονα x'x

Μονάδες: 10

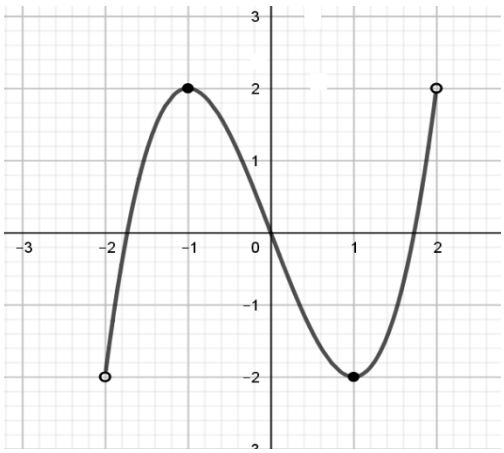
Α5. Έστω ένα γραμμικό σύστημα 2x2, που αποτελείτε από τις εξισώσεις ε_1:$\alpha x+\beta y=\gamma$ και ε_2: $\alpha' x+\beta' y=\gamma'$ με $\varepsilon_1,\varepsilon_2$ ευθείες.

Συμπληρώστε τα κενά:

- Αν $\varepsilon_1,\varepsilon_2$ παράλληλες, τότε το σύστημα είναι ……..
- Αν $\varepsilon_1,\varepsilon_2$ τέμνονται , τότε το σύστημα έχει…….
- Αν $\varepsilon_1,\varepsilon_2$ ταυτίζονται, τότε το σύστημα είναι……. **Μονάδες: 6**

ΘΕΜΑ Β

Β1. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f με f (1,8)=0.



Α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της f . **Μονάδες: 2**

Β. Να εξετάσετε αν η f είναι άρτια ή περιττή. **Μονάδες: 2**

Γ. Να βρεθεί το f (-1,8). **Μονάδες: 2**

Δ. Να μελετήσετε την f ως προς τη μονοτονία της. **Μονάδες: 3**

Ε. Να βρεθούν, αν υπάρχουν, τα ακρότατα της f **Μονάδες: 2**

ΣΤ. Να λύσετε την εξίσωση: f (x) = 0 **Μονάδες: 3**

Ζ. Να λύσετε την ανίσωση f (x) > 0. **Μονάδες: 2**

Β2. Δίνονται τα συστήματα $(\Sigma_1):\begin{cases}\dfrac{x}{y}=\dfrac{1}{2}\\ 3x-4y=-10\end{cases}$ και $(\Sigma_2):\begin{cases}\alpha x-\beta y=6\\ -2\alpha x+3y=-8\beta\end{cases}$.

Α. Να λύσετε το σύστημα (Σ_1). **Μονάδες: 5**

Β. Αν $(x,y)=(2,4)$ η λύση του (Σ_1) να βρείτε τις τιμές των $\alpha,\beta\in\mathbb{R}$. **Μονάδες: 4**

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=x^3+x+\alpha$. με $\alpha\in\mathbb{R}$, $x\epsilon\mathbb{R}$.

Γ1. Να βρείτε την τιμή του $\alpha\in\mathbb{R}$ για την οποία η f είναι περιττή. **Μονάδες: 3**

Για α=0:

Γ2. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία. **Μονάδες: 4**

Γ3. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση: $x^3-\frac{f(2024)}{f(-2024)}\cdot x=0$. παίρνει την μορφή $x^3+x=0$ και να την λύσετε. **Μονάδες: 4**

Δίνεται η συνάρτηση g(x)= $\sqrt{f(x)}-1$,

Γ4 Να βρείτε το πεδίο ορισμού της g. **Μονάδες: 4**

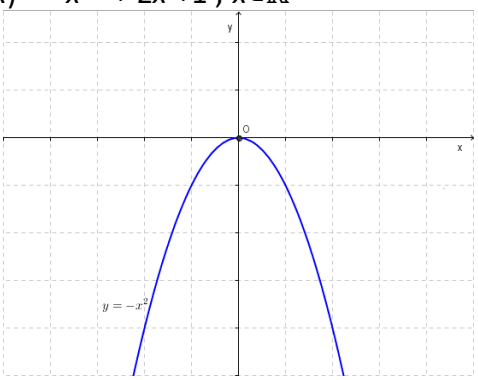
Γ5. Να δείξετε ότι η g παρουσιάζει ολικό ελάχιστο στο $x_0=0$.
Ποια είναι η ελάχιστη τιμή; **Μονάδες: 4**

Γ6. Να μελετήσετε τη g ως προς τη μονοτονία. **Μονάδες: 4**

Γ7 . Να εξετάσετε αν η g είναι άρτια ή περιττή . **Μονάδες: 2**

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Δίνονται οι συναρτήσεις $\varphi(x)=-x^2$, $x\in\mathbb{R}$ και $f(x)=-x^2+2x+1$, $x\in\mathbb{R}$



α) Να αποδείξετε ότι $f(x)=-(x-1)^2+2$ για κάθε $x\in\mathbb{R}$ και στη συνέχεια, με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης της συνάρτησης φ να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση f **Μονάδες: 5**

β) Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης της f να βρείτε:

i. Τα διαστήματα μονοτονίας της συνάρτησης f. **Μονάδες: 4**

ii. Το ολικό ακρότατο της f καθώς και τη θέση του. **Μονάδες: 3**

iii. Να εξετάσετε αν η εξίσωση f(x)=3 έχει λύση . Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. **Μονάδες: 3**

Δ2. Η γραφική παράσταση της f(x)= $\dfrac{x^3-3x}{x^2+a|x|}$ διέρχεται από το Μ(–1,–2).

α) Να βρείτε το α και το πεδίο ορισμού της. **Μονάδες: 5**

β) Για α=–2, να εξετάσετε αν είναι άρτια ή περιττή. **Μονάδες: 5**